

Всесибирская открытая олимпиада школьников по математике 2014-15 гг.

Первый этап

9 ноября 2014г

10 класс

Время выполнения работы 4 астрономических часа

Каждая задача оценивается в 7 баллов

10.1. Найти все трёхзначные натуральные числа A , квадрат которых оканчивается на A .

10.2. Биссектриса разбивает треугольник на два треугольника, периметры которых равны. Доказать, что исходный треугольник - равнобедренный.

10.3. Найти все решения в четырёхзначных натуральных числах уравнения $1 + 2013x + 2015y = xy$.

10.4. Пусть M и N - точки касания вписанной окружности треугольника ABC со сторонами AB и AC , а P - точка пересечения прямой MN с биссектрисой угла B . Доказать, что угол BPC - прямой.

10.5. Для произвольного натурального числа n найти все натуральные k , для которых существует последовательность натуральных чисел $x_1 < x_2 < \dots < x_n$ такая, что

$$\frac{1}{x_1} + \frac{2}{x_2} + \dots + \frac{n}{x_n} = k.$$