

**Всесибирская олимпиада школьников 2012-2013 г.г. по математике**

**Заключительный этап**

**8 класс**

*Время написания заданий 4 астрономических часа Каждая задача оценивается в 7 баллов*

**8.1.** Роман хочет купить футбольный клуб, яхту и небольшой особняк. Если купить только футбольный клуб, то останется 2 миллиарда, если только яхту, то — 3 миллиарда, а если только особняк, то — 6 миллиардов. Сможет ли Роман купить клуб, яхту и особняк одновременно? Ответ обоснуйте.

**8.2.** Сергей расставил по кругу несколько (больше двух) попарно различных вещественных чисел так, что каждое число оказалось равно произведению своих соседей. Сколько чисел мог расставить Сергей?

**8.3.** Имеется двадцать одинаковых на вид монет, одна из них весит 9,9 г, две другие — по 9,8 г, а все оставшиеся — по 10 г. Можно ли за два взвешивания на чашечных весах без гирь выявить хотя бы одну десятиграммовую монету?

**8.4.** Даны треугольник  $ABC$  и такие точки  $D$  и  $E$ , что углы  $ADB$  и  $CEB$  прямые. Докажите, что длина отрезка  $DE$  не больше полупериметра треугольника  $ABC$ .

**8.5.** Миссис Хадсон и Доктор Ватсон загадали по натуральному числу. Каждый из них посчитал сумму всех делителей своего числа (включая 1 и само число) и сумму чисел, обратных к делителям. Когда Шерлок Холмс узнал, что и первые, и вторые суммы его друзей совпали, он сразу догадался, что миссис Хадсон и доктор Ватсон загадали одно и то же число. Докажите, что Шерлок Холмс прав.