

Всесибирская олимпиада школьников 2012-2013 г.г. по математике

Заключительный этап

7 класс

Время написания заданий 4 астрономических часа Каждая задача оценивается в 7 баллов

- 7.1.** Разрежьте квадрат 5×5 на прямоугольники 1×3 и 1×4 .
- 7.2.** Для того чтобы купить квартиру, нужно взять или ровно 9 маленьких, 6 средних и один большой кредиты, или ровно 3 маленьких, 2 средних и 3 больших кредита. Какое количество только больших кредитов потребуется, чтобы купить квартиру?
- 7.3.** Среди 9 монет есть 4 фальшивых. Все настоящие монеты весят одинаково, фальшивые же отличаются по весу друг от друга и от настоящих. Используя только чашечные весы без гирь, найдите хотя бы одну настоящую монету за четыре взвешивания.
- 7.4.** Диагонали AC и BD выпуклого четырёхугольника $ABCD$ пересекаются в точке O . Известно, что периметр треугольника ABC равен периметру треугольника ABD . Кроме того, периметр ACD равен периметру треугольника $B CD$. Докажите, что $AO = OB$.
- 7.5.** В клетках квадрата 7×7 расставлены плюсы и минусы. Разрешается менять все знаки на противоположные в любой строке или любом столбце. Докажите, что такими действиями можно добиться того, чтобы в каждой строке и в каждом столбце плюсов было больше, чем минусов.

Всесибирская олимпиада школьников 2012-2013 г.г. по математике

Заключительный этап

8 класс

Время написания заданий 4 астрономических часа Каждая задача оценивается в 7 баллов

- 8.1.** Роман хочет купить футбольный клуб, яхту и небольшой особняк. Если купить только футбольный клуб, то останется 2 миллиарда, если только яхту, то — 3 миллиарда, а если только особняк, то — 6 миллиардов. Сможет ли Роман купить клуб, яхту и особняк одновременно? Ответ обоснуйте.
- 8.2.** Сергей расставил по кругу несколько (больше двух) попарно различных вещественных чисел так, что каждое число оказалось равно произведению своих соседей. Сколько чисел мог расставить Сергей?
- 8.3.** Имеется двадцать одинаковых на вид монет, одна из них весит 9,9 г, две другие — по 9,8 г, а все оставшиеся — по 10 г. Можно ли за два взвешивания на чашечных весах без гирь выявить хотя бы одну десятиграммовую монету?
- 8.4.** Даны треугольник ABC и такие точки D и E , что углы ADB и CEB прямые. Докажите, что длина отрезка DE не больше полупериметра треугольника ABC .
- 8.5.** Миссис Хадсон и Доктор Ватсон загадали по натуральному числу. Каждый из них посчитал сумму всех делителей своего числа (включая 1 и само число) и сумму чисел, обратных к делителям. Когда Шерлок Холмс узнал, что и первые, и вторые суммы его друзей совпали, он сразу догадался, что миссис Хадсон и доктор Ватсон загадали одно и то же число. Докажите, что Шерлок Холмс прав.