

Всесибирская олимпиада школьников 2012-2013 г.г. по математике

Заключительный этап

11 класс

Время написания заданий 4 астрономических часа

Каждая задача оценивается в 7 баллов

- 11.1.** Какие три цифры нужно дописать справа к числу 579, чтобы полученное шестизначное число делилось на 5, на 7 и на 9? Найти все возможные варианты ответа.
- 11.2.** Найдите все тройки действительных чисел таких, что каждое из этих чисел равно квадрату разности двух других.
- 11.3.** Периметр треугольника ABC равен 24 см, а отрезок, соединяющий точку пересечения его медиан с точкой пересечения его биссектрис, параллелен стороне AC . Найти длину AC .
- 11.4.** На сфере отмечена точка M . Рассмотрим все тройки точек A, B, C на сфере, отличных от M , таких, что отрезки MA, MB, MC попарно перпендикулярны, и для каждой такой тройки рассмотрим плоскость, проходящую через A, B, C . Докажите, что все такие плоскости проходят через некоторую общую точку.
- 11.5.** Доказать, что среди пяти произвольных различных вершин правильного (все стороны и все углы которого равны) 15-ти угольника всегда найдутся три, являющихся вершинами равнобедренного треугольника.