

**Всесибирская олимпиада школьников 2012-2013 г.г. по математике**  
**Второй этап**  
**11 класс**

Каждая задача оценивается в 7 баллов

**11.1.** Какие натуральные числа можно представить в виде дроби  $\frac{x^2}{y^3}$ , где  $x$  и  $y$  – некоторые натуральные числа?

**11.2.** В равнобедренном треугольнике  $ABC$  с основанием  $AC$  угол между биссектрисой и высотой, проведёнными из вершины  $A$ , равен  $60$  градусов. Найти углы треугольника  $ABC$ .

**11.3.** Найти все решения уравнения:  $\frac{1}{\lfloor x \rfloor} + \frac{1}{\{x\}} = \frac{1}{3}$  в действительных числах. Здесь  $\lfloor x \rfloor$  – целая часть  $x$  – обозначает наибольшее целое число, не превосходящее  $x$ , а  $\{x\}$  – дробная часть  $x$  – равна  $x - \lfloor x \rfloor$ . Например,  $\lfloor \sqrt{2} \rfloor = 1$ ,  $\lfloor -\frac{1}{2} \rfloor = -1$ ,  $\{ \sqrt{10} \} = \sqrt{10} - 3$ .

**11.4.** Известно, что длины сторон треугольника – последовательные натуральные числа, а радиус его вписанной окружности равен  $4$ . Найти радиус описанной окружности этого треугольника.

**11.5.** Найти все решения уравнения  $(1 + \frac{1}{a})(1 + \frac{1}{b})(1 + \frac{1}{c}) = 3$  в целых числах.