

**Всесибирская олимпиада школьников 2012-2013 г. по математике**  
**Первый этап**  
**11 класс**

*Время выполнения задания 4 астрономических часа*

*Каждая задача оценивается в 7 баллов*

**11.1.** Добытая руда содержит 21% меди, обогащённая - 45% меди. Известно, что в процессе обогащения 60% добытой руды идёт в отходы. Определить процентное содержание меди в отходах.

**11.2.** Сколько решений имеет система уравнений 
$$\begin{cases} x^2 - y^2 = 0, \\ (x - a)^2 + y^2 = 1. \end{cases}$$
 в зависимости от

параметра  $a$  ?

**11.3.** Доказать, что для всех действительных  $x$  выполнено неравенство  $x^4 + 3x^2 + 2x + 2 > 0$ .

**11.4.** Внутри прямоугольного треугольника со сторонами 3, 4 и 5 см расположены две окружности, отношение радиусов которых равно 9 к 4. Окружности касаются друг друга внешним образом, обе касаются гипотенузы, одна – одного катета, другая – другого. Найти радиусы окружностей.

**11.5.** Найти количество различных расстановок в ряд всех натуральных чисел от 1 до 10 таких, что сумма любых трёх подряд идущих чисел делится на 3.