

**Всесибирская олимпиада школьников 2012-2013 г.г. по математике**

**Заключительный этап**

**10 класс**

*Время написания заданий 4 астрономических часа*

*Каждая задача оценивается в 7 баллов*

**10.1.** Какие две цифры нужно дописать справа к числу 2013, чтобы полученное шестизначное число делилось на 101? Найти все возможные варианты ответа.

**10.2.** Решить уравнение:  $\sqrt[3]{20-x} - \sqrt[3]{13-x} = \sqrt[3]{7}$ .

**10.3.** Окружности с центрами  $O_1$  и  $O_2$  пересекаются в двух точках  $A$  и  $B$ . Пусть  $P$  и  $Q$  - точки пересечения окружности, описанной вокруг треугольника  $O_1AO_2$  с первой и второй окружностями соответственно. Доказать, что отрезки  $O_1Q$  и  $O_2P$  пересекаются в точке  $B$ .

**10.4.** В клетках доски 8 на 8 расставлены фишки так, что для каждой фишки горизонталь или вертикаль доски, в которых она лежит, содержит всего одну фишку. Каково максимально возможное количество фишек на доске?

**10.5.** В остроугольном треугольнике  $ABC$  точки  $A_1, B_1, C_1$  являются основаниями высот, опущенных из вершин  $A, B, C$  соответственно, а  $H$  — точка пересечения высот. Точка  $M$  — середина  $AH$ ,  $Q$  — точка пересечения отрезков  $BH$  и  $A_1C_1$ , а  $P$  - точка пересечения прямой  $B_1M$  и стороны  $AB$ .

Доказать, что прямая  $PQ$  перпендикулярна стороне  $BC$ .