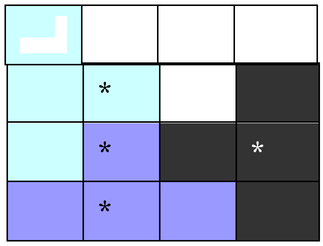
8 класс

8.1. Ответ:

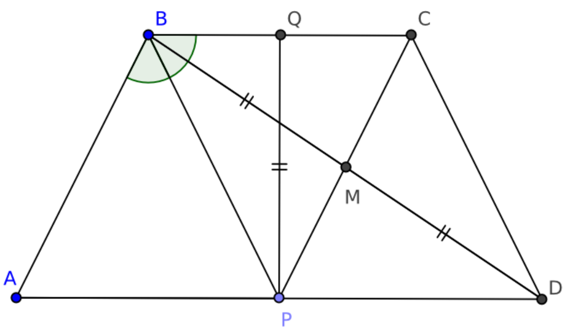


Комментарии к оцениванию.
Возможны другие решения. Достаточно одного примера.

8.2. Ответ: да.
Решение 1: Кот ел мороженое три минуты, после этого ему осталось сколько-то съесть. Рита ела мороженое две минуты, и съела как раз эту оставшуюся часть. То есть за три минуты, начав неодновременно, они съели одно мороженое. Значит, начав одновременно они тем более справятся с этой вкусной задачей.
Решение 2: Пусть скорость, с которой поедает мороженое кот — x мороженых в минуту, а Рита — y мороженых в минуту, а часть мороженного, которая съел кот за три минуты равна t. Записывая условие, получаем $3x = t$ и $2y = 1 - t$, откуда $3x = 1 - 2y$ или $3x + 2y = 1$. Но скорость совместного поедания мороженого равна $x + y$ и, значит, за три минуты они съедят $3(x + y) > 3x + 2y = 1$, ч. т. д.
Комментарии к оцениванию.
Только ответ: 0 баллов. Составление верной системы уравнений: 1 балл. Получено соотношение $3x + 2y = 1$, дальнейших продвижений нет: 3 балла.

8.3. Ответ: Нельзя.
Допустим, это возможно, а сумма на каждой стороне равна x. Рассмотрим сумму чисел на двух сторонах и одной медиане, имеющих общую вершину. Эта сумма равна сумме всех чисел в треугольнике, увеличенной на удвоенное значение в вершине, а значит, зависит от выбора вершины, с одной стороны. С другой стороны, эта сумма равна $3x$ и от вершины не зависит. Противоречие.
Комментарии к оцениванию.
Только ответ: 0 баллов. Неполный перебор: не более 2 баллов.

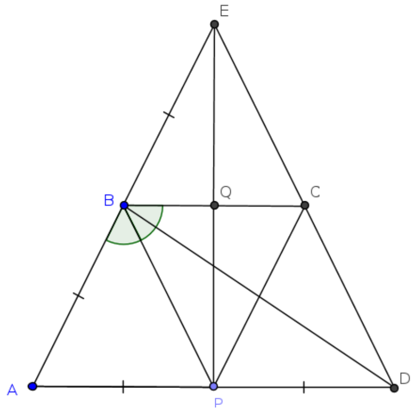
8.4.
Решение 1: Заметим, что BPA и BPC равны (BP — общая, $AB = BC$, $\angle ABP = \angle CBP$). Значит $\angle A = \angle BCP$ откуда $180^\circ = \angle A + \angle B = \angle B + \angle BCP$, откуда $CP \parallel AB$. Значит $ABCP$ — ромб ($AB = BC$) и $BC = AP = PD$. Тогда $BCDP$ — параллелограмм. Обозначим за M точку пересечения его диагоналей. Заметим, что PQ и BM — медианы к боковым сторонам в равнобедренном треугольнике



BCP. Значит, они равны. Из свойств параллелограмма имеем $BM = MD$, откуда $BD = 2BM = 2PQ$.

Решение 2: Аналогично первому решению докажем, что *ABCP* — ромб. Затем продлим *AB* и *CD* до пересечения в точке *E*. Заметим, что *PQ* также проходит через точку *E*.

Т.к. $BC = AB = PD = AD/2$, то *BC* — средняя линия в треугольнике *ADE* (параллельна и равна половине основания). Значит, что $BE = AB$ и *DB* и *EP* — медианы в равнобедренном треугольнике *ADE* $(AE = AD)$. Но $QE = QP$ по



теореме Фалеса, значит, $2PQ = BD$, ч. т. д.

Комментарии к оцениванию.

Баллы по критериям в это задаче не суммируются!

Доказано, что *ABCP* — ромб: 2 балла. Доказано, что *ABCP* — ромб и что *BCDP* — параллелограмм: 3 балла. Доказано, что *ABCP* — ромб, построена точка *E*, и замечено, что луч *PQ* проходит через неё: 3 балла. Доказано, что $BA = BE$: 5 баллов.

8.5. Ответ: (2,-2), (0, -2)

Преобразуем исходное уравнение следующем образом:

$$x^2 + xy - y = 2$$
$$x^2 - 1 + y(x - 1) = 1$$
$$(x - 1)(x + 1) + y(x - 1) = 1$$
$$(x - 1)(x + 1 + y) = 1$$

Произведение двух целых чисел равно 1, если оба этих числа равны 1 или если оба этих числа равны -1.

В первом случае имеем решение (2, -2), во втором – (0, -2).

Комментарии к оцениванию.

Только полный ответ: 1 балл. Получена запись $(x - 1)(x + 1 + y)$, дальнейших продвижений нет: 3 балла. Получена запись $(x - 1)(x + 1 + y)$, но найден лишь один ответ: 4 балла.