

Решения задач первого этапа Всесибирской олимпиады школьников 2012-2013 г. по математике
7 класс

7.1. Килограмм мяса с костями стоит 165 рублей, килограмм мяса без костей стоит 240 рублей, а килограмм костей стоит 40 рублей. Сколько граммов костей в килограмме мяса с костями?

Ответ. 375 граммов.

Решение. Пусть в килограмме мяса с костями x кило костей. Тогда $40x + 240(1-x) = 165$, откуда $x = 0,375$.

7.2. В семье трое братьев. Известно, что Коля родился на следующий год после того года, когда до рождения младшего из братьев оставалось 5 лет, а Ваня родился на два года раньше, чем среднему исполнилось 3 года. Сейчас Пете 10 лет. Сколько лет Ване и Коле?

Ответ. Ване сейчас 9 лет, а Коле – 13 лет.

Решение. Из второго условия про Ваню следует, что он младше среднего брата на 1 год, поэтому Ваня – младший. Коля же старше младшего на 4 года, поэтому он старший. Значит, Петя – средний, тогда Ване сейчас 9 лет, а Коле – 13 лет.

7.3. От шоссе к четырем поселкам A, B, C, D последовательно отходят четыре дороги. Известно, что путь по дороге/шоссе/дороге от A до B равен 9 км, от A до C — 13 км, от B до C — 8 км, от B до D — 14 км. Найдите длину пути по дороге/шоссе/дороге от A до D. Ответ объясните.

Ответ: 19 км.

Решение. Сложим пути от A до C и от B до D. Тогда участок шоссе от поворота на B до поворота на C будет сосчитан дважды, а участки шоссе от поворота на A до поворота на B и от поворота на C до поворота на D, а также все четыре дороги от шоссе до посёлков — по одному разу. Поэтому, если мы теперь вычтем из получившейся суммы путь из B в C, в полученной разности будут учтены по одному разу все три отрезка шоссе и подъездные дороги до A и D, то есть как раз то, что составляет путь из A в D. Стало быть, длина этого пути равна $13+14-8 = 19$ км.

7.4. Какой может быть сумма цифр числа, делящегося на 7?

Ответ. Любое натуральное число, больше, либо равно 2.

Решение. Заметим, что числа 21 и 1001 делятся на 7, суммы их цифр равны 3 и 2 соответственно. Значит, чтобы получить сумму цифр, равную чётному числу n , нужно взять число, десятичная запись которого состоит из $\frac{n}{2}$ групп цифр 1001. Соответственно, чтобы получить сумму цифр, равную нечётному числу $2n+1$, нужно взять число, десятичная запись которого состоит из $\frac{n}{2}-1$ групп цифр 1001 и одной группы цифр 21. Сумма же цифр, равная 1, получиться не может, потому что степени десятки на 7 не делятся.

7.5. На клетчатой доске размера 5 на 5 отмечено несколько клеток так, что каждый квадрат 3 на 3 клетки содержит ровно одну отмеченную клетку. Какое количество клеток может быть отмечено?

Ответ. Любое от 1 до 4.

Решение. Ясно, что хоть одна клетка быть должна. С другой стороны, четыре угловых квадрата 3 на 3 полностью покрывают квадрат 5 на 5, и каждый из них содержит ровно 1 отмеченную клетку, следовательно, всего отмеченных клеток не более 4. Примеры для количеств от 1 до 4 приведены на рисунке.

