

**Всесибирская олимпиада школьников 2010-2011 г.г. по математике**  
**Заключительный этап**

**9 класс**

*Время выполнения задания 4 астрономических часа*

*Каждая задача оценивается в 7 баллов*

- 9.1.** К некоторому раствору соли добавили 1 килограмм 20%-ого раствора той же соли, получив 16%-ый раствор. Если вместо этого добавить 2 килограмма 9%-ого раствора, то получится 10%-ый раствор. Каковы масса и концентрация исходного раствора?
- 9.2.** В классе 29 учеников, на праздник каждый послал одноклассникам: некоторые по 4 открытки, а остальные - по 6 открыток. Мог ли в итоге каждый ученик получить по 5 открыток?
- 9.3.** Пусть длины оснований прямоугольной трапеции  $ABCD$  равны 6 см и 3 см, окружность, построенная на перпендикулярной основаниям боковой стороне  $CD$ , как на диаметре, касается боковой стороны  $AB$  в точке  $P$ , а диагонали трапеции пересекаются в точке  $O$ . Найти длину отрезка  $OP$ .
- 9.4.** Какой максимальный остаток может давать трёхзначное число при делении на свою сумму цифр?
- 9.5.** Найти все значения  $c$ , при которых для любых  $a > b > 0$  выполнено неравенство:  
$$a + \sqrt{b+c} > b + \sqrt{a+c}.$$
- 9.6.** В каждой клетке квадратной доски размера 6 на 6 клеток записан крестик либо нолик, в произвольном порядке. За одну операцию можно поменять в некоторых четырёх клетках, образующих квадрат 2 на 2 или полосу длины 4 все крестики на нолики и все нолики на крестики. Для данной начальной расстановки знаков будем проводить операции до тех пор, пока количество оставшихся на доске крестиков уже нельзя будет уменьшить с помощью любой последовательности этих операций. Какое количество крестиков может остаться в итоге на доске, в зависимости от начальной расстановки знаков?