

Всесибирская олимпиада школьников 2010-2011 г.г. по математике

Заключительный этап

8 класс

Время выполнения задания 4 астрономических часа

Каждая задача оценивается в 7 баллов

**8.1.** Пусть положительные числа  $a$  и  $b$  таковы, что  $(a+b)^2 = a^2 + 10b$ . Докажите, что  $2a^2 + 10b = 10a + b^2 + ab$ .

**8.2.** К некоторому раствору соли добавили 1 килограмм 20%-ого раствора той же соли, получив 16%-ый раствор. Если вместо этого добавить 2 килограмма 9%-ого раствора, то получится 10%-ый раствор. Какова масса и концентрация исходного раствора?

**8.3.** Пусть угол между продолжениями сторон  $AB$  и  $CD$  выпуклого четырёхугольника  $ABCD$  равен  $90^\circ$  градусов, а длина отрезка  $PQ$ , соединяющего середины сторон  $AD$  и  $BC$ , равна половине разности этих сторон. Докажите, что  $ABCD$  - трапеция.

**8.4.** В клетках квадратной доски 8 на 8 расставлены крестики так, что каждый квадрат 2 на 2 клетки содержит ровно 2 крестика. Доказать, что в четырёх угловых клетках доски тоже записаны ровно 2 крестика.

**8.5.** Какой максимальный остаток может давать трёхзначное число при делении на свою сумму цифр?

**8.6.** В каждой из 8 кучек различное число камней. Известно, что каждую из кучек можно полностью разложить по остальным так, что число камней во всех них станет равным. Каким может быть минимальное число камней в самой большой кучке?