



XXIX Санкт-Петербургская  
астрономическая олимпиада  
отборочный тур, решения

2022  
до 23  
января

9 класс

1. Некоторая звезда движется относительно Солнца со скоростью 30 км/с, направленной под углом  $60^\circ$  к лучу зрения. Оцените угловое перемещение звезды на небе Земли относительно далеких звезд за 100 лет, если сейчас звезда находится на расстоянии 5 пк от Солнца. Ответ выразите в угловых секундах.

**Решение (8 баллов):**

Сдвигу в картинной плоскости соответствует тангенциальная компонента скорости, равная  $V_t = V \sin \alpha = 30 \cdot \sin 60^\circ = 26$  км/с. Переведем эту компоненту скорости в а.е./год, учитывая, что  $1 \text{ а.е./год} \approx 4.74 \text{ км/с}$ , и получим, что она равна примерно 5.5 а.е./год.

Тогда, поскольку звезда находится на расстоянии 5 пк, за год она переместится на  $5.5/5 = 1.1$  угловых секунд на небе, а за 100 лет — примерно на  $110''$ .

2. Петербургский астроном-любитель решил пронаблюдать звезду, склонение которой равно  $12.5$  градусам, из созвездия Змееносца. Видимая звёздная величина звезды равна  $+2.1$ . Выберите верные утверждения о наблюдении такого объекта:
- (a) Звезда находится над горизонтом Петербурга более 12 часов.
  - (b) Звезда является незаходящей для Петербурга.
  - (c) Наибольшая высота звезды над горизонтом превышает 40 градусов.
  - (d) Звезду можно увидеть невооружённым глазом при отсутствии городской засветки.
  - (e) Звезда выше всего над горизонтом в полночь при наблюдении в ноябре.
  - (f) Звезда входит в сотню самых ярких звезд неба в Петербурге.

**Решение (8 баллов):**

Правильные ответы: a,c,d,f.

Склонение звезды положительно, следовательно, звезда находится в северном полушарии небесной сферы и лежит выше небесного экватора, то есть большая часть суточной параллели расположена над горизонтом. Ответ (a) верен.

Рассчитаем значение высоты нижней кульминации:  $h_{\text{нк}} = \varphi + \delta - 90^\circ = -17.5^\circ < 0$ , то есть звезда погружается под горизонт и не является незаходящей. Ответ (b) неверен.

Определим высоту верхней кульминации звезды:  $h_{\text{вк}} = 90^\circ - \varphi + \delta = 42.5^\circ > 40^\circ$ , то есть ответ (c) верен.

При отсутствии засветки человеческий глаз может видеть звезды не слабее  $6^m$ , поэтому и указанная в условии звезда доступна для наблюдения невооруженным глазом. Ответ (d) верен.

В ноябре Солнце находится в созвездии Весов, Скорпиона и Змееносца. Следовательно, верхняя кульминация звезды происходит вблизи полудня, а не полуночи. Ответ (e) неверен.

Известно, что количество звезд ярче  $(n+1)$ -ой звездной величины больше количества звезд ярче  $n$ -ой звездной величины примерно в 4 раза. Поскольку всего на небе около 6 тысяч звезд со звездной величиной  $6^m$  или ярче, то сотая по блеску на небе звезда должна иметь видимую звездную величину примерно  $+3^m$  (в реальности  $+2^m.6$ ). Следовательно, звезда (это  $\alpha$  Змееносца) точно входит в сотню ярчайших звезд неба, а поскольку не все звезды можно наблюдать в Петербурге, то и в сотню ярчайших звезд неба в Петербурге — тем более, ответ (f) верен.

3. Вокруг звезды-субгиганта по круговым орбитам обращаются две планеты. Известно, что радиус орбиты внешней из планет в 4 раза превышает радиус орбиты внутренней планеты. Во сколько раз больший из двух орбитальных периодов планет больше меньшего?

**Решение (8 баллов):**

Запишем третий закон Кеплера в полной форме, пренебрегая массой планеты по сравнению с массой звезды  $M$ :

$$\frac{T^2}{a^3} = \frac{4\pi^2}{GM}.$$

Отсюда для двух планет следует, что

$$\frac{T_1^2}{a_1^3} = \frac{T_2^2}{a_2^3} \Rightarrow \frac{T_2^2}{T_1^2} = \frac{a_2^3}{a_1^3}, \quad \frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{a_2}{a_1}\right)^{3/2} = 8.$$

4. Вокруг шарообразной планеты с постоянной плотностью и без атмосферы обращается спутник по круговой орбите. Выберите верные утверждения:

- (a) Скорость спутника превышает первую космическую скорость на поверхности планеты.
- (b) Период вращения планеты не может быть больше периода обращения спутника.
- (c) Орбита спутника может быть такой, что спутник будет постоянно находиться над одной точкой поверхности.
- (d) Если орбита спутника лежит в плоскости экватора и радиус орбиты вдвое больше радиуса планеты, то спутник можно наблюдать с полюсов.
- (e) Под действием притяжения спутника планета движется по круговой орбите вокруг общего центра масс.
- (f) Чем больше плотность планеты, тем больше период обращения вокруг нее спутника, движущегося по круговой орбите с высотой, равной радиусу планеты.

**Решение (8 баллов):**

Правильные ответы: с,е.

На круговой орбите радиуса  $R$  вокруг тела массой  $M$  круговая скорость равна  $v = \sqrt{\frac{GM}{R}}$ . Чем больше радиус орбиты, тем меньше круговая скорость, соответственно, наибольшая скорость будет достигаться непосредственно на поверхности планеты, что и совпадает с первой космической скоростью. Утверждение (a) неверно.

Период вращения Земли, например, больше, чем период обращения первого искусственного спутника Земли, поэтому утверждение (b) неверно.

Если период обращения спутника равен периоду вращения планеты, то спутник будет выглядеть неподвижно висающим над поверхностью планеты. Такого типа искусственные спутники — геостационарные спутники — существуют и у Земли, обращаясь в плоскости экватора по круговым орбитам с радиусом около 42 тыс. км. Ответ (c) верен.

Поскольку у планеты отсутствует атмосфера, то с полюсов планеты видны только такие объекты, которые находятся выше плоскости математического горизонта. На полюсах

математический горизонт как плоскость параллельна плоскости экватора планеты, но не совпадает с ней. Поэтому спутник с полюсов виден не будет. Другое решение данного пункта может касаться определения предельной широты, с которой спутник еще можно наблюдать; при этом требуется провести касательную с центром в спутнике к поверхности планеты. Такая касательная прошла бы через полюс только в случае бесконечно удаленного от центра планеты спутника. Таким образом, вариант (d) неверен.

Несмотря на относительно малую массу спутника, он также оказывает влияние на планету. При этом планета и спутник будут двигаться по орбитам вокруг общего центра масс. Утверждение (e) верно.

Орбитальную скорость спутника, описанного в вопросе (f), можно вычислить как

$$v = \sqrt{\frac{GM}{2R}},$$

так что можно заметить, что  $v \propto \sqrt{M/R}$ . Поскольку масса планеты  $M$  равна произведению ее плотности на объем, то  $M \propto \rho R^3$  и  $v \propto R\sqrt{\rho}$ . Длина орбиты, по которой движется спутник, будет прямо пропорциональна ее радиусу (и радиусу планеты), а тогда период обращения спутника  $T \propto R/v \propto 1/\sqrt{\rho}$  — чем плотность планеты больше, тем период меньше. Таким образом, вариант (f) неверен.

5. Вам предлагается несколько утверждений. Для каждого из них выберите, согласны Вы с ним («да») или нет («нет»), можно также выбрать вариант «не знаю».

- (a) Чем дальше планета от Солнца, тем меньше её линейная скорость.
- (b) Угловой размер Луны у горизонта больше, чем в зените.
- (c) Инопланетяне решили похитить искусственный спутник Земли, движущийся по круговой орбите. Чтобы вывести спутник из поля тяготения Земли, им придётся увеличить его скорость не менее чем в 10 раз.
- (d) Звёзды с одинаковой температурой поверхности могут отличаться по светимости на порядки.
- (e) С помощью телескопа некоторые планеты можно увидеть даже днём.
- (f) Строго говоря, в день весеннего равноденствия день не равен ночи.
- (g) Некоторые звёзды так велики, что их радиус составляет несколько астрономических единиц.
- (h) Чем больше размер объектива телескопа, тем больше будет площадь участка неба, который попадет на снимок, сделанный с использованием этого телескопа, при прочих равных условиях.

**Решение (8 баллов):**

- (a) Да. Планеты движутся по примерно круговым орбитам, а круговая скорость  $v = \sqrt{\frac{GM}{r}}$  тем меньше, чем больше радиус орбиты  $r$ .
- (b) Нет. Создающееся при наблюдении невооруженным глазом впечатление — кажущееся, на самом деле при прочих равных условиях (одинаковом расстоянии от центра Земли) Луна в зените будет немного ближе к наблюдателю и, как следствие, ее угловой размер будет немного больше.
- (c) Нет. Параболическая и круговая скорости отличаются всего в  $\sqrt{2} \approx 1.4$  раза.
- (d) Да. Яркие (в разных смыслах) примеры — Бетельгейзе и красный карлик GJ 625. Температуры практически одинаковы, светимости отличаются в миллионы раз.

- (e) Да. Более того, Венеру зачастую можно (хотя и не без труда) увидеть днем и без телескопа.
- (f) Да. Весеннее равноденствие — это конкретный момент времени, который может прийти на произвольный момент суток. К тому же если учесть, что начало и конец дня обычно фиксируются по моменту пересечения горизонта верхним краем диска Солнца, а также вспомнить про рефракцию, «приподнимающую» небесные объекты, в том числе и Солнце, над горизонтом, то вывод однозначен — в день равноденствия день всегда длиннее ночи.
- (g) Да. В качестве примера можно взять уже упоминавшуюся выше Бетельгейзе.
- (h) Нет. Соотношение между угловыми размерами на небе и линейными размерами на снимке определяется фокусным расстоянием объектива телескопа и непосредственно от размера объектива не зависит. Более того, увеличение размера объектива при сохранении фокусного расстояния приведет к увеличению aberrаций оптической системы (искажений, вносимых в изображение), что в конечном счете приводит к уменьшению поля зрения телескопа. В реальности же увеличение размера объектива практически всегда приводит и к увеличению его фокусного расстояния, что также — при прочих равных условиях — уменьшает поле зрения.