

XXIX Санкт-Петербургская
астрономическая олимпиада
теоретический тур, решения

2022
6
февраля

7–8 классы

1. Начинаящий петербургский астроном Вася отправился в путешествие в Эквадор. В какой-то момент Вася увидел у горизонта две яркие звезды: одна восходила, а другая заходила за горизонт. Вспомнив карту неба из звездного атласа, Вася предположил, что восходящая звезда — Антарес, а заходящая — Спика. Не ошибся ли Вася?

Решение (8 баллов):

Наблюдения проводятся в Эквадоре, почти на экваторе, поэтому от восхода до захода звезд проходит около половины суток. Вспомним, что Антарес — звезда в созвездии Скорпиона, Спика — звезда в созвездии Девы. Это зодиакальные созвездия, их звезды находятся недалеко от небесного экватора, поэтому восходят вблизи направления на восток, а заходят близ направления на запад. Тогда увиденные Васей звезды должны располагаться в противоположных частях неба. Но созвездия Девы и Скорпиона находятся близко друг к другу: их разделяет только созвездие Весов. Поэтому предположение Васи оказалось неправильным.

2. Укажите минимально и максимально возможное число полнолуний в течение тропического года, которые сможет увидеть наблюдатель на Северном полюсе Земли. Движением узлов орбиты Луны в течение одного года пренебрегите.

Решение (8 баллов):

Синодический период Луны 29.5 суток. В тропический год этот период укладывается

$$365.25/29.5 \approx 12.4 \text{ раз}$$

Если пренебречь наклоном и эллиптичностью орбиты Луны к плоскости эклиптики, то каждое следующее полнолуние сдвигается вдоль эклиптики на $360^\circ/12.4 = 29^\circ$ к востоку. Так как на полюсе видна ровно половина эклиптики (180°), над горизонтом произойдут 6 или 7 полнолуний.

Изменится ли ответ, если учесть наклон и эллиптичность орбиты Луны? На самом деле — нет. Орбита Луны также является большим кругом небесной сферы и делится горизонтом пополам, поэтому все рассуждения про движение Луны по эклиптике в той же степени применимы и к движению по орбите, немного отличающийся наклон к небесному экватору ничего не меняет. Не повлияет и эллиптичность орбиты: несмотря на то, что продолжительность синодического периода колеблется в пределах 1–2%, усреднение периодов за полгода фактически нивелируют этот эффект.

3. Склонение (одна из небесных координат) звезды Альферац (α Андромеды) составляет $29^\circ 12' 30''$. Эта звезда уменьшает свое склонение со скоростью 163 миллисекунды дуги в год (это т.н. «собственное движение звезды»). Граница созвездия Андромеда в этой области проходит по склонению $28^\circ 49' 00''$. Когда, согласно этим данным, Альферац перестанет находиться в созвездии Андромеды? В какое созвездие она перейдет?

Решение (8 баллов):

Определим, какое угловое расстояние необходимо пройти звезде:

$$29^{\circ}12'30'' - 28^{\circ}49'0'' = 1^{\circ}12'30'' - 0^{\circ}49'0'' = 23'30'' = 1410'' = 1410 \times 10^3 \text{ миллисекунд.}$$

Здесь было учтено, что в одной угловой минуте содержится 60 угловых секунд ($1' = 60''$), а в одной угловой секунде 1000 миллисекунд (приставка «милли» говорит именно об этом).

Время t , которое понадобится звезде вычисляется так:

$$t = \frac{1410 \times 10^3}{163} \approx 8650 \text{ лет}$$

Можно вспомнить, что именно Альферац используется для «рисования» контуров созвездия Андромеды и Пегаса (квадрат). Таким образом, звезда «перейдет» в созвездие Пегаса.

4. В древнем мире существовала особая единица длины — стадий. За один стадий принимали расстояние, которое человек проходит спокойным шагом за промежуток времени от появления первого луча Солнца при его восходе до того момента, когда весь солнечный диск окажется над горизонтом. Греческий стадий — расстояние в 600 шагов Геракла (считается, что именно столько шагов он успел сделать за время восхода). Предполагая, что определение величины стадия производилось в момент весеннего равноденствия, скорость Геракла составляла 5 км/ч, а место действия находилось на широте 45° , найдите длину одного шага Геракла.

Решение (8 баллов):

Угловой диаметр Солнца равен $0^{\circ}.5$. Дело происходит в день равноденствия, значит, Солнце движется по небесному экватору, который на широте 45° наклонен под углом в 45° к горизонту. Поэтому если бы Солнце поднималось вертикально, ему нужно было бы пройти 1 собственный диаметр, но в такой ситуации для подъема на 1 диаметр ему надо пройти диагональ квадрата со стороной 1 диаметр (которая равна $\sqrt{2} \approx 1.4$, этот результат, в зависимости от имеющегося багажа знаний, можно получить с помощью тригонометрии, с помощью теоремы Пифагора или просто нарисовав квадрат на бумаге и измерив линейкой длину его диагонали).

Таким образом, за время восхода Солнце проходит путь $l = 1.4 \cdot 0^{\circ}.5 = 0^{\circ}.7$. Один градус на небе Солнце проходит за 4 минуты, следовательно, тут потребуется 3 минуты. За это время Геракл успел пройти $5/20 = 1/4$ км, т.е. 250 метров, и раз он при этом совершил 600 шагов, то длина одного его шага равна $250/600 \approx 0.4$ метра. Судя по результату, Геракл либо семеня мелкими шажками, либо просто был весьма небольшого (по нынешним меркам) роста.

5. Сегодня (6 февраля) Меркурий располагается в 16° западнее от звезды Спика, Земля — в 66° западнее звезды Спика, а Марс — в 51° восточнее этой же звезды для наблюдателя, находящегося около Солнца. Когда в ближайшее время можно ожидать, что все эти три планеты будут находиться в пределах 15° на небе друг от друга для наблюдателя, находящегося около Солнца? В каком созвездии они будут находиться? Период обращения Меркурия составляет 88 суток, а Марса — 687 суток. Орбиты планет считать круговыми, находящимися в одной плоскости.

Решение (8 баллов):

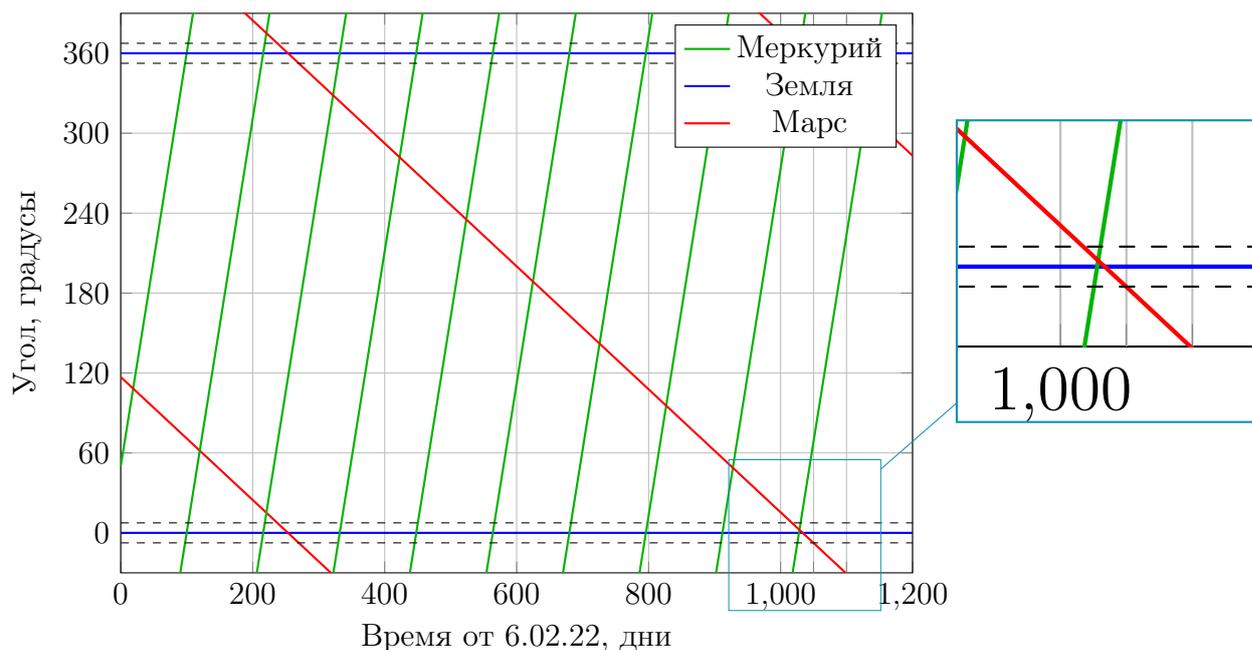
В рамках условия задачи для наблюдателя на Солнце все планеты по своим орбитам движутся с запада на восток в плоскости эклиптики с постоянной скоростью. Для начала «зафиксируем» одну планету на небе, например, Землю (фактически мы будем рассматривать движение двух других планет относительно нее). Тогда видимые (синодические) периоды обращения Меркурия и Марса можно найти по формуле

$$\frac{1}{S} = \left| \frac{1}{T} - \frac{1}{T_{\oplus}} \right|,$$

где S — искомый синодический период одной из планет, T — ее истинный (сидерический) период обращения, T_{\oplus} — период обращения Земли вокруг Солнца. Вычисления показывают, что для Меркурия $S = 0.317$ лет = 116 дней, а для Марса $S = 2.1$ года = 780 дней, при этом они будут двигаться в противоположные стороны: Меркурий с запада на восток, а Марс — с востока на запад.

Кроме того, раз за точку отсчета принята Земля, то и угловое расстояние нужно отсчитывать от нее. Получаем, что в начальный момент времени (6 февраля) и Меркурий, и Марс отстоят от Земли в восточном направлении на 50° и 117° соответственно.

Нарисуем графики относительного положения планет начиная с 6 февраля. При этом стоит не забывать, что $360^\circ = 0^\circ$. Кроме того, условие «отстоять не более чем на 15° друг от друга» можно показать двумя пунктирными линиями, отстоящими на 7.5° от положения Земли.



Из данного графика хорошо видно, что примерно на 1025-ый день происходит интересное нас событие, причем все три планеты оказываются очень близко друг к другу. Аккуратный расчет показывает, что в промежуток между 1025-ым и 1030-ым днем. То есть все три планеты находятся в пределах 15° на небе в период с 27.11.2024 по 02.12.2024. Разумеется, можно было не переходить во вращающуюся систему отсчета (тогда получились бы три наклонных графика), и получить примерно тот же результат.

В конце ноября–начале декабря Земля находится в том же созвездии, что и Солнце в конце мая–начале июня. То есть в Тельце.

В действительности все три планеты в этот промежуток времени будут разнесены на более далекое расстояние (Марс будет отстоять от Земли на 25 градусов) и не поместятся в одно созвездие. Это объясняется тем, что на самом деле и Меркурий, и Марс имеют заметно вытянутые эллиптические орбиты.