



XXIX Санкт-Петербургская
астрономическая олимпиада
отборочный тур, решения

2022
до 23
января

10 класс

1. Известно, что точность определения параллакса в современных радиоинтерферометрических системах составляет 20 угловых микросекунд. До какого расстояния ещё можно измерять расстояния таким способом, если ошибка параллакса при этом не должна превышать 20% от самого параллакса? Ответ выразите в килопарсеках.

Решение (8 баллов):

Ошибка параллакса равна 20 мксд (микросекунд дуги), тогда предельное значение параллакса должно быть не меньше чем $\frac{100\%}{20\%} \cdot 20 = 100$ мксд. Расстояние в парсеках обратно пропорционально параллаксу в угловых секундах, то есть расстояние будет равным

$$r = \frac{1}{100 \cdot (10^{-6})''} = 10^4 \text{ пк} = 10 \text{ кпк.}$$

2. 14 февраля некоторого года Марс наблюдался с Земли в созвездии Весов. Выберите верные утверждения:
- (a) Марс мог находиться в восточной квадратуре.
 - (b) Марс мог находиться в западной квадратуре.
 - (c) Видимый угловой размер Марса был больше 0.9 угловой минуты.
 - (d) При такой конфигурации Марс и Венера могли наблюдаться с Земли на угловом расстоянии 5' друг от друга.
 - (e) При такой конфигурации Марс и Венера не могут сблизиться ближе чем на 1 градус.
 - (f) Относительная скорость Земли и Марса при такой конфигурации составляет 37 км/с.

Решение (8 баллов):

Правильные ответы: b,e.

14 февраля Солнце находится в созвездии Козерога. Для того, чтобы Марс был в квадратуре, надо, чтобы направления на него и на Солнце отличались на 90° . Для Марса в Весах это условие выполнено, но необходимо определить, что это за квадратура. Солнце в течение года движется в сторону, противоположную суточному вращению небесной сферы — с запада на восток. Соответственно, если планета находится в западной квадратуре, то Солнце было примерно в той же точке четверть года назад, а если в восточной — будет там еще через четверть года. Весы — «осеннее» созвездие, поэтому квадратура западная, утверждение (b) верно, а утверждение (a) — нет.

Понять, что утверждение (c) неверно, можно сразу: Марс в квадратуре существенно дальше от Земли, чем в противостоянии. Если бы его угловые размеры в квадратуре были бы настолько большими, то в противостоянии (особенно во время «великих

противостояний») Марс был бы виден невооруженным глазом как диск, чего явно не имеется.

Однако то же самое можно и вычислить: расстояние до Марса в квадратуре равно примерно $\sqrt{1.5^2 - 1^2} \approx 1$ а.е. Луна примерно в 2 раза меньше Марса по линейным размерам, а расстояние до нее равно примерно $1/400$ а.е. Следовательно, угловой диаметра Марса в квадратуре должен быть примерно в 200 раз меньше углового диаметра Луны, а тот, как известно, составляет около $30'$. Очевидно, что размеры Марса оказываются примерно в 6 раз меньшими, чем нужно.

Поскольку, как мы уже выяснили, Марс примерно в квадратуре, Венера рядом с ним находиться не могла — она не отходит от Солнца на угловое расстояние, большее 48° . Утверждение (d) неверно, а вот утверждение (e) оказывается правильным.

Относительную скорость Земли и Марса можно найти, однако куда проще понять, почему она не может быть настолько большой. В указанной конфигурации Земля «догоняет» Марс, вектора орбитальных скоростей Земли и Марса (относительно Солнца) направлены примерно в одну сторону (по крайней мере, угол между ними заметно меньше 90°). Орбитальная скорость Марса меньше орбитальной скорости Земли (равной примерно 30 км/с), а это означает, что и относительная скорость заведомо меньше 30 км/с, так что утверждение (f) неверно.

3. Планета совершает один оборот вокруг своей оси за 30 часов. Радиус планеты равен 5000 км. С какой скоростью нужно двигаться по параллели планеты с широтой 70 градусов, чтобы «остановить вращение планеты», при этом наблюдая центральную звезду неподвижно висящей над горизонтом? Укажите ответ в метрах в секунду.

Решение (8 баллов):

Для того, чтобы местное солнце оказалось неподвижно висящим, нам нужно двигаться по параллели с той же скоростью, с которой вращаются точки поверхности планеты на этой параллели. Длина экватора планеты равна $l = 2\pi R = 31400$ км, длина параллели равна $l_\varphi = l \cos \varphi = 10740$ км, скорость движения $v = l_\varphi/T \approx 360$ км/час или 100 м/с.

4. Радиусы двух звёзд в далекой двойной системе относятся как 5 к 2, а температуры относятся как 1 к 2 в том же порядке. Выберите верные утверждения:
- (a) Объём первой звезды более чем в 10 раз превышает объём второй звезды.
 - (b) Светимость первой звезды превышает светимость второй звезды.
 - (c) При прохождении второй звезды по диску первой блеск двойной меняется сильнее, чем при затмении второго компонента первым.
 - (d) Длина волны максимума излучения второй звезды меньше, чем длина волны максимума излучения первой звезды.
 - (e) Если первая звезда имеет спектральный класс G, то вторая не может быть звездой спектрального класса A.
 - (f) Если первая звезда является звездой главной последовательности, то вторая не может быть белым карликом.

Решение (8 баллов):

Правильные ответы: a,d,f.

Оценим отношение объемов звезд: $V = \frac{4}{3}\pi R^3$,

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{\frac{4}{3}\pi R_1^3}{\frac{4}{3}\pi R_2^3} = \left(\frac{R_1}{R_2}\right)^3 = \left(\frac{5}{2}\right)^3 = 15.625 > 10.$$

Следовательно, вариант (а) верен.

Запишем выражение светимости по закону Стефана–Больцмана $L = 4\pi R^2\sigma T^4$, затем определим отношение светимостей:

$$\frac{L_1}{L_2} = \frac{4\pi R_1^2\sigma T_1^4}{4\pi R_2^2\sigma T_2^4} = \left(\frac{R_1}{R_2}\right)^2 \cdot \left(\frac{T_1}{T_2}\right)^4 = 2.5^2 \cdot 0.5^4 \approx 0.39.$$

Следовательно, светимость первой звезды меньше светимости второй. Вариант (b) неверен.

При прохождении и затмении перекрывается одна и та же площадь дисков звезд. Глубина минимума зависит от того, какова температура перекрываемого участка поверхности. Вторая звезда более горячая, поэтому ее затмение приведет к более сильному падению блеска. Следовательно, утверждение (с) неверно.

В соответствии с законом смещения Вина, с ростом температуры длина волны максимума в спектре излучения абсолютно черного тела (а звезды в оптическом диапазоне имеют примерно чернотельный спектр) уменьшается. Поэтому утверждение (d) верно.

Спектральные классы связаны с температурами звезд, причем спектральному классу G соответствуют температуры 5–6 тыс. К, а спектральному классу А — 7–10 тыс. К. По условию температура второй звезды в два раза больше температуры первой; видно, что подобное для звезд классов G и А возможно. Соотношение радиусов звезд дополнительных ограничений не накладывает: выше Главной последовательности на диаграмме Герцшпрунга–Рассела эволюционные треки звезд «замегают» всю область, поэтому если вторая звезда является звездой главной последовательности, то подобрать первую с нужным радиусом и температурой всегда возможно (хотя она может сравнительно недолго находиться в таком состоянии) — получается, что она несколько массивнее второй и уже покинула главную последовательность. Тем самым утверждение (е) неверно.

Однако по той же причине верно утверждение (f). Можно также сравнить радиусы самых малых звезд главной последовательности (около 0.1 радиуса Солнца) и наиболее крупных (и при этом наименее массивных) белых карликов (около 0.02 радиусов Солнца); видно, что минимально возможное отношение радиусов больше, чем задано в условии.

5. Вам предлагается несколько утверждений. Для каждого из них выберите, согласны Вы с ним («да») или нет («нет»), можно также выбрать вариант «не знаю».

- (а) Через две тысячи лет летние созвездия будут видны зимой, а зимние — летом.
- (b) Одно и то же солнечное затмение может в одних местах на Земле наблюдаться как полное, а в других как кольцеобразное.
- (с) В двойной системе звезды движутся вокруг барицентра по орбитам с одинаковым эксцентриситетом.
- (d) До запусков космических аппаратов наблюдения в некоторых диапазонах электромагнитных волн были невозможны.
- (е) Некоторые звёзды, образовавшиеся во времена Homo erectus (человека прямоходящего), уже успели «погибнуть».
- (f) Луна может находиться более чем в 13 созвездиях.
- (g) Орбиты некоторых астероидов целиком лежат внутри орбиты Земли.
- (h) «Лунные» затмения Ио случаются реже, чем затмения Луны.

Решение (8 баллов):

- (а) Нет. Период прецессии составляет около 26 тысяч лет, для подобной «замены» должна пройти примерно половина периода.

- (b) Да. Ближайшее подобное затмение случится 20 апреля 2023 года.
- (c) Да. В противном случае в силу II закона Кеплера прямая, соединяющая звезды, периодически не проходила бы через барицентр, что очевидно невозможно.
- (d) Да. Земная атмосфера во многих диапазонах непрозрачна, и хотя в некоторых случаях удавалось проводить наблюдения со стратостатов, для многих диапазонов наблюдения стали возможны только после появления космонавтики.
- (e) Да. Появление вида, как считается, произошло около 2 миллионов лет назад, а время жизни наиболее массивных звезд может быть менее одного миллиона лет.
- (f) Да. Поскольку орбита Луны наклонена к эклиптике под углом около 5° и прецессирует со сравнительно небольшим периодом (18.6 лет), то Луна может оказаться во всех точках неба с эклиптической широтой, по модулю не превышающей наклон ее орбиты. В результате, кроме 13 «стандартных» созвездий, ее можно обнаружить в Возничем, Ките, Орионе и Секстанте.
- (g) Да, это астероиды семейства Атиры.
- (h) Нет. Наклон орбиты Ио к плоскости эклиптики меньше, чем у Луны, Юпитер существенно больше и массивнее Земли, а радиус орбиты Ио вокруг Юпитера ненамного превышает радиус орбиты Луны вокруг Земли (вследствие чего период обращения Ио вокруг Юпитера меньше двух земных суток).