



XXVIII Санкт-Петербургская
астрономическая олимпиада
отборочный тур, решения

2021
до 15
января

9 класс

1. 13 марта некоторого года Марс оказался в противостоянии, а 31 марта того же года в противостоянии оказался Уран. Оцените угловое расстояние между Марсом и Ураном 13 марта.

Решение (8 баллов):

Уран находится далеко от Солнца и совершает полный оборот вокруг него более чем за 80 лет, вследствие чего его положение относительно звезд за полмесяца можно считать не изменяющимся. Таким образом, искомое угловое расстояние между Марсом и Ураном — это расстояние между точками, в которых произойдет противостояние Марса 13 марта и противостояние Урана 31 марта. Эти точки на небе диаметрально противоположны положениям Солнца в те же даты, так что задача сводится к выяснению, какое угловое расстояние Солнце пройдет на небе с 13 по 31 марта. Поскольку за 365 с четвертью суток Солнце проходит 360° , с достаточной точностью можно считать, что средняя скорость движения Солнца составляет около 1° в сутки. Таким образом, ответ — около 18° .

2. Околоспутный спутник обращается вокруг Земли по круговой орбите с периодом 15 часов. Выберите верные утверждения.
- (a) Скорость движения спутника по орбите приблизительно равна 3.6 километров в секунду.
 - (b) Радиус орбиты равен примерно 25 тысяч километров.
 - (c) При наклоне орбиты 20 градусов максимальное отклонение спутника от плоскости экватора не более 28 тысяч километров.
 - (d) Спутник можно наблюдать с северного полюса при любом наклоне орбиты.
 - (e) Спутник будет проходить через зенит в некотором пункте на экваторе.
 - (f) Наименьшая высота спутника над поверхностью Земли не менее 18 тысяч километров.

Решение (8 баллов):

- (a) Определим радиус орбиты спутника по третьему закону Кеплера.

$$\frac{T^2}{a^3} = \frac{4\pi^2}{GM_\oplus} \Rightarrow a = \sqrt[3]{\frac{GM_\oplus T^2}{4\pi^2}} = 3.1 \cdot 10^7 \text{ м.}$$

Круговая скорость для орбиты может быть вычислена как

$$v = \sqrt{\frac{GM_\oplus}{a}} = 3.6 \cdot 10^3 \text{ м/с} = 3.6 \text{ км/с.}$$

Утверждение верно.

- (b) Как было вычислено ранее, радиус орбиты — приблизительно 31 тысяча километров.
- (c) Максимальное отклонение от плоскости экватора равно произведению радиуса орбиты на синус угла наклона как угла между плоскостью экватора и плоскостью орбиты. Тогда

$$h = a \cdot \sin i = 3.1 \cdot 10^7 \text{ м} \cdot \sin 20^\circ = 1 \cdot 10^7 \text{ м} = 10^4 \text{ км}.$$

Спутник действительно отклоняется от экватора не более, чем на 28 тысяч километров.

- (d) Это утверждение неверно. Пусть спутник движется в плоскости экватора, то есть наклон равен нулю. В такой ситуации спутник будет под горизонтом для наблюдателей в областях вблизи полюсов.
- (e) Если орбита спутника лежит в плоскости экватора, то спутник в каждый момент времени пролетает строго над некоторой точкой экватора, где и наблюдается в зените. Если же орбита спутника не лежит в плоскости экватора, то всё равно пересекает ее в двух точках. Когда спутник будет пролетать эту точку, он окажется в зените для наблюдателя в подспутниковой точке.
- (f) Орбита круговая, поэтому спутник находится на одной и той же высоте над поверхностью Земли. Радиус орбиты равен 31 тысяче километров, радиус Земли составляет 6400 километров, поэтому высота равна $31 - 6.4 \approx 24.6$ тыс. км, что более 18 тыс. км.

Таким образом, верные утверждения здесь (a), (c), (e), (f).

3. 21 декабря 2020 года планеты Юпитер (видимая звездная величина -2^m) и Сатурн (видимая звездная величина $+0.6^m$) окажутся на небе очень близко друг к другу. Объектом какой звездной величины они покажутся любителю астрономии с плохим зрением, который будет видеть их как один объект?

Решение (8 баллов):

Для наблюдателя с плохим зрением освещенность, создаваемая двумя отдельными источниками, представляется освещенностью от одного источника: $E = E_{\text{ю}} + E_{\text{с}}$. Запишем формулу Погсона для суммарного объекта и для Юпитера:

$$m - m_{\text{ю}} = -2.5 \lg \frac{E}{E_{\text{ю}}} = -2.5 \lg \frac{E_{\text{ю}} + E_{\text{с}}}{E_{\text{ю}}} = -2.5 \lg \left(1 + \frac{E_{\text{с}}}{E_{\text{ю}}} \right).$$

Из формулы Погсона для Сатурна и Юпитера имеем

$$m_{\text{с}} - m_{\text{ю}} = -2.5 \lg \frac{E_{\text{с}}}{E_{\text{ю}}} \Rightarrow \frac{E_{\text{с}}}{E_{\text{ю}}} = 10^{-0.4(m_{\text{с}} - m_{\text{ю}})} \approx 0.09.$$

Тогда

$$m = m_{\text{ю}} - 2.5 \lg (1 + 0.09) \approx -2.1.$$

4. В некотором пункте с широтой 30 градусов северной широты и 45 градусов восточной долготы наблюдается звезда со склонением -40 градусов. Выберите верные утверждения.
- (a) Звезда является невосходящей для этого пункта.
- (b) Звезда находится над горизонтом менее 24 часов.
- (c) Звезда находится над горизонтом менее 12 часов.
- (d) С южного полюса эта звезда не видна.
- (e) Наибольшая высота звезды над горизонтом лежит в интервале от 15 до 25 градусов.

(f) Звезда является незаходящей для этого пункта.

Решение (8 баллов):

(a) Для склонения δ и широты φ наибольшую высоту над горизонтом (высоту верхней кульминации) можно определить по формуле $h = 90^\circ - |\varphi - \delta|$. В нашем случае $h = 90^\circ - |30 + 40| = 20^\circ > 0$, поэтому хотя бы в верхней точке своего суточного пути по небу звезда восходит над горизонтом.

(b) Проверим, не является ли звезда незаходящей. Для этого определим наименьшую высоту (высоту нижней кульминации) по формуле

$$h = |\varphi + \delta| - 90^\circ = |30 - 40| - 90^\circ = -80^\circ.$$

Мы видим, что звезда опускается глубоко под горизонт, что занимает некоторое время. Поэтому она не может находиться над горизонтом 24 часа.

(c) Примерно 12 часов над горизонтом находятся те звезды, которые лежат вблизи небесного экватора. Склонение звезды существенно отрицательное, поэтому над горизонтом звезда находится менее 12 часов.

(d) С Южного полюса видны все звезды, находящиеся на небесном экваторе или южнее его (с отрицательным склонением). Указанная в условии задачи звезда находится южнее небесного экватора, поэтому она видна на Южном полюсе.

(e) В первом пункте мы рассчитали значение этой высоты, она составляет около 20° , то есть лежит в указанном интервале.

(f) Поскольку в нижней кульминации высота звезды значительно меньше нуля, то звезда не является незаходящей.

Таким образом, верные утверждения здесь (b), (c), (e).

5. Вам предлагается несколько утверждений. Для каждого из них выберите, согласны Вы с ним («да») или нет («нет»), можно также выбрать вариант «не знаю».

(a) С Земли можно увидеть более половины поверхности Луны.

(b) Чем больше площадь объектива телескопа, тем более тусклые объекты он позволяет увидеть.

(c) В день летнего солнцестояния в Петербурге угловой размер Солнца близок к минимальному.

(d) Скорость столкновения Земли с астероидами Солнечной системы может достигать 100 километров в секунду.

(e) В созвездии Большой Медведицы наблюдается больше далёких галактик, чем в созвездии Стрельца.

(f) Незадолго до солнечного затмения Луну можно наблюдать утром перед рассветом.

(g) На Земле существует место, где Солнце восходит в точке запада.

Решение (8 баллов):

(a) С Земли можно увидеть более половины поверхности Луны: да.

Из-за того, что орбиты Луны вокруг Земли эллиптическая, скорость движения Луны по орбите меняется, в отличие от постоянной скорости вращения вокруг оси. Поэтому земному наблюдателю периодически видны небольшие участки обратного полушария Луны то с запада, то с востока. Это называется либрацией по долготе.

Вследствие наклона оси вращения Луны к плоскости её орбиты, с Земли видна поверхность обратного полушария Луны около её полюсов. Это либрация по широте.

В итоге мы можем видеть около 59% поверхности Луны.

- (b) Чем больше площадь объектива телескопа, тем более тусклые объекты он позволяет увидеть: да.
Более крупный объектив собирает больше света.
- (c) В день летнего солнцестояния в Петербурге угловой размер Солнца близок к минимальному: да.
В начале июля Земля проходит афелий своей орбиты, то есть вблизи летнего солнцестояния расстояние от Земли до Солнца близко к максимальному. Поскольку угловые размеры обратно пропорциональны расстоянию, то в конце июня – начале июля угловой размер Солнца близок к минимальному.
- (d) Скорость столкновения Земли с астероидами Солнечной системы может достигать 100 километров в секунду: нет.
Это утверждение неверно. Пусть астероид и Земля движутся по встречным курсам, в таком случае скорость столкновения будет близка к сумме скоростей объектов. Скорость движения Земли по орбите примерно равна 30 км/с. Это значение практически равно круговой скорости. Поскольку астероиды принадлежат Солнечной системе, то их скорость на заданном расстоянии не может превышать параболическую скорость на данном расстоянии. Для орбиты Земли параболическая скорость равна $\sqrt{2} \cdot 30 \approx 42$ км/с, поэтому относительная скорость не может превышать $30 + 42 = 72$ км/с. Строго говоря, следует учитывать притяжение астероида Землей, что в соответствии с законом сохранения энергии увеличит итоговую скорость, но несущественно.
- (e) В созвездии Большой Медведицы наблюдается больше далёких галактик, чем в созвездии Стрельца: да.
Вспомним, что в созвездии Стрельца расположено направление на центре нашей Галактики. При этом луч зрения наблюдателя будет проходить через диск Галактики, поэтому существенная доля излучения будет поглощаться. Далёкие галактики выглядят слабыми, поэтому поглощение будет препятствовать наблюдению таких объектов.
Направление на созвездие Большой Медведицы находится вне галактического диска, поэтому поглощение здесь не такое сильное. Также в направлении этого созвездия наблюдается много скоплений галактик, и в 1995 году в этой области неба было получено изображение Hubble Deep Field.
- (f) Незадолго до солнечного затмения Луну можно наблюдать утром перед рассветом: да.
Солнечное затмение происходит тогда, когда Луна находится в фазе новолуния. Незадолго до этого Луна выглядит, как стареющий месяц. Как известно, в Северном полушарии серп Луны при этом похож на букву «С», т.е. освещена левая сторона Луны. Таким образом Солнце находится слева от Луны, т.е. восточнее её. Это означает, что утром, до того, как Солнце взойдёт, Луна, находясь западнее Солнца, уже восходит и тем самым видна перед рассветом.
- (g) На Земле существует место, где Солнце восходит в точке запада: нет.
Вне зависимости от полушария та сторона горизонта, где светила восходят, называется востоком, где заходят — западом.