

XXVIII Санкт-Петербургская  
астрономическая олимпиада  
теоретический тур, решения

2021  
31  
января

7–8 классы

1. Будем считать, что большинство звёзд Млечного Пути расположено в диске с характерным диаметром 100 тысяч световых лет и толщиной около 3 тысяч световых лет. Общая масса диска составляет около  $4 \cdot 10^{10}$  масс Солнца. Во сколько раз средняя концентрация звёзд диска меньше средней концентрации звезд шарового скопления с диаметром 150 световых лет и общей массой  $4 \cdot 10^6$  масс Солнца.

**Решение (8 баллов):**

Для удобства будем считать, что все звезды имеют массу, равную массе Солнца. На самом деле это не вполне верно, поскольку наиболее многочисленными являются маломассивные красные звезды, но для решения задачи достаточно считать, что все массы одинаковы.

Определим концентрацию объектов. Для этого поделим количество звезд на объем структуры. Диск Галактики будем считать цилиндром с радиусом 50 тысяч световых лет и высотой 3 тысячи световых лет. Тогда концентрация равна

$$n_1 = \frac{N_1}{\pi R^2 h} = \frac{4 \cdot 10^{10}}{\pi \cdot (5 \cdot 10^4)^2 \cdot 3 \cdot 10^3} \approx 0.0017 / \text{св. год}^3.$$

Объем шарового скопления равен

$$V_2 = \frac{4}{3} \pi R^3 = \frac{1}{6} \pi D^3 = \frac{1}{6} \cdot \pi \cdot (1.5 \cdot 10^2)^3 = 1.8 \cdot 10^6 \text{ св. лет}^3.$$

Тогда концентрация звезд в скоплении будет равна

$$n_2 = \frac{N_2}{V_2} = \frac{4 \cdot 10^6}{1.8 \cdot 10^6 \text{ св. год}^3} = 2.3 / \text{св. год}^3.$$

Отношение концентраций будет равно

$$\frac{n_2}{n_1} = \frac{2.2}{0.0017} = 1.3 \cdot 10^3.$$

2. Найдите лишний по двум разным критериям объект в списке: Сириус, Арктур, Альдебаран, Поллукс. Объясните свой выбор.

**Решение (8 баллов):**

Возможный список критериев разделения будет достаточно объемным, поэтому выделим только основные. Все звезды в списке, кроме Сириуса, являются красноватыми по цвету (имеют спектральный класс K), все они являются красными гигантами (у Альдебарана, как и у Сириуса, есть спутник-карлик), все три находятся в Северном полушарии неба. Сириус имеет бело-голубой цвет (спектральный класс A), находится в южном полушарии неба и является звездой главной последовательности, что и выделяет его из этого списка.

Перечислим также вероятные неверные ответы:  $\alpha$  своих созвездий являются все, кроме Поллукса, входят в состав двойной системы две звезды из четырех, ярчайшими звездами своих созвездий являются все четыре (даже Поллукс, хотя он  $\beta$  Близнецов), отрицательную звездную величину имеют две звезды из четырех (Сириус и Арктур), планеты известны у двух звезд из четырех (Поллукс и Альдебаран).

3. Уфологи бьют тревогу — загадочный радиосигнал зафиксирован вновь! Но если три года назад расстояние до его источника оказалось равным шести тысячам световых лет, сейчас источник оказался на расстоянии всего полторы тысячи световых лет. Вторжение «гостей» из далекого космоса неизбежно и неотвратимо! Считая, что источник у сигналов и правда один и тот же и что он движется к Земле по прямой с постоянной скоростью, определите, сколько у человечества осталось времени, чтобы устроить «гостям» торжественный прием.

**Решение (8 баллов):**

Первое, что привлекает к себе внимание — невероятная скорость источника. Тысячи световых лет за какие-то три года! Кажется, что такого просто не может быть, ведь скорость света на порядки меньше. Однако же, такое вполне возможно. Источник почти догоняет свой свет, уменьшая разницу между приходами сигналов из разных точек. Пусть первое расстояние  $r_1 = 6 \cdot 10^3$  св. лет, а второе  $r_2 = 1.5 \cdot 10^3$  св. лет. Положим, что в момент времени  $t_1$  источник находился на расстоянии  $r_1$ , а в момент времени  $t_2$  источник находился на расстоянии  $r_2$ . Пусть  $t_{1g}$  и  $t_{2g}$  — моменты принятия сигналов от источника на Земле,  $t_{3g}$  — момент прибытия источника к Земле, а  $v$  — скорость источника. Источник прибудет через время  $\tau = t_{3g} - t_{2g}$ . Запишем систему уравнений, записав разные моменты времени, и из них найдем искомую величину  $\tau$ :

$$\begin{cases} t_{1g} = t_1 + \frac{r_1}{c} \\ t_{2g} = t_2 + \frac{r_2}{c} \\ t_{3g} = t_2 + \frac{r_2}{v} \\ t_2 - t_1 = \frac{r_1 - r_2}{v} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} t_{3g} - t_{2g} = \frac{r_2}{v} - \frac{r_2}{c} \\ t_{2g} - t_{1g} = \frac{r_1 - r_2}{v} + \frac{r_2 - r_1}{c} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} t_{3g} - t_{2g} = r_2 \left( \frac{1}{v} - \frac{1}{c} \right) \\ \frac{1}{v} - \frac{1}{c} = \frac{t_{2g} - t_{1g}}{r_1 - r_2} \end{cases}$$

Таким образом, после всех преобразований, и учитывая, что  $t_{2g} - t_{1g} = \Delta t = 3$  года, получим итоговые выражения для  $\tau$ :

$$\tau = \Delta t \frac{r_2}{r_1 - r_2} = 1 \text{ год.}$$

4. Петербургскому астроному в ночь с 17 на 18 сентября необходимо пронаблюдать четыре звезды:  $\alpha$  Орла,  $\alpha$  Волопаса,  $\zeta$  Тельца,  $\theta$  Водолея. В каком порядке их удобнее наблюдать в моменты их лучшей видимости в эту ночь и почему?

**Решение (8 баллов):**

Рассматриваемая ночь находится недалеко от даты осеннего равноденствия, значит, приближенно можно считать, что Солнце находится около точки осеннего равноденствия, расположенной в Деве.

С созвездием Девы с востока граничит созвездие Весов, а севернее него — Волопас. Значит, у астронома будет немного времени, чтобы пронаблюдать Арктур ( $\alpha$  Волопаса), так как затем звезда будет еще ближе к горизонту, что ухудшит наблюдения.

Продолжим движение по эклиптике на восток: после Весов идут Скорпион, Змееносец и Стрелец, а севернее которого находится как раз Орел (Лебедь «летит» за Орлом вдоль полосы Млечного пути, а центр нашей Галактики, как известно, находится в созвездии Стрельца). Значит, самое время наблюдать Альтаир ( $\alpha$  Орла), причем, эта звезда будет как раз в кульминации.

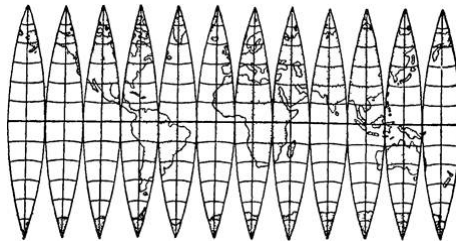
После Скорпиона следует Козерог, а потом — Водолей. Также около кульминации будет наблюдаться звезда  $\theta$  Водолея.

Примерно в истинную солнечную полночь кульминирует точка весеннего равноденствия, находящаяся в Рыбах (которые следуют после Водолея). Затем настанет черед Овна, и уже перед рассветом — Тельца. Так что последней звездой, которую будет наблюдать астроном —  $\zeta$  Тельца.

5. Для получения изображения Hubble Deep Field South камере WFPC2 потребовалась суммарная экспозиция продолжительностью 99300 секунд при наблюдении на длине волны 606 нанометров. Размеры области неба —  $2.5 \times 2.5$  угловой минуты. Сколько лет потребовалось бы для съемки всего неба?

**Решение (8 баллов):**

Оценим площадь неба. Тот, кто знает, может сразу написать, что площадь неба составляет около 40 тысяч кв. градусов. Кто не знает, может с неплохой точностью оценить площадь неба как площадь карты звездного неба:  $180^\circ$  по ширине (от полюса, до полюса) и  $360^\circ$  по длине вдоль экватора, т.е.  $180^\circ \cdot 360^\circ \approx 65$  тысяч кв. градусов. Видно, что эта оценка в полтора раза выше, чем истинное значение. Очевидно, что эта разница берется из-за невозможности без разрывов изобразить поверхность шара на плоскости. Вспомнив, как выглядит изображение развертки глобуса, например Земли (см. рисунок внизу), можно даже попытаться оценить ошибку, которую мы делаем, считая площадь неба как площадь карты.



В каждом квадратном градусе содержится  $60 \times 60 = 3600$  квадратных угловых минут. Площадь одного снимка составляет  $2.5 \cdot 2.5 = 6.25$  квадратных угловых минут. Тогда в 1 квадратном градусе поместится  $3600/6.25 = 576$  снимков, а для съемки всего неба потребуется  $4 \cdot 10^4 \cdot 576 \approx 2.3 \cdot 10^7$  снимков.

На каждый снимок уходит 99300 секунд, округлим до  $10^5$  секунд. Тогда для получения  $2.3 \cdot 10^7$  снимков потребуется  $2.3 \cdot 10^7 \cdot 10^5 = 2.3 \cdot 10^{12}$  секунд. В одном году примерно  $3 \cdot 10^7$  секунд. Тогда на съемку всего неба понадобится  $2.3 \cdot 10^{12}/(3 \cdot 10^7) \approx 8 \cdot 10^4$  лет.