



XXVIII Санкт-Петербургская
астрономическая олимпиада
отборочный тур, решения

2021
до 15
января

7–8 классы

1. По одной из оценок радиус звезды Вольфа–Райе WR 142 равен 80% радиуса Солнца, а масса в 28 раз превышает солнечную. Во сколько раз плотность WR 142 больше плотности Солнца?

Решение (8 баллов):

Средняя плотность объекта — это отношение его массы к его объему. Запишем отношение плотности звезды к плотности Солнца:

$$\frac{\rho}{\rho_{\odot}} = \frac{\frac{M}{V}}{\frac{M_{\odot}}{V_{\odot}}} = \frac{M}{M_{\odot}} \cdot \frac{V_{\odot}}{V}.$$

Звезды мы будем считать сферически-симметричными, в таком случае их объем можно выразить через радиус как $V = \frac{4}{3}\pi R^3$, то есть объем пропорционален кубу радиуса. Если эту формулу не помнить, то можно предположить, что объем фигуры должен расти с радиусом примерно как у кубика, что в итоге и даст нам право считать V пропорциональным R^3 . Таким образом, формула для отношения плотностей принимает вид

$$\frac{\rho}{\rho_{\odot}} = \frac{M}{M_{\odot}} \cdot \frac{R_{\odot}^3}{R^3} = \frac{M}{M_{\odot}} \cdot \left(\frac{R_{\odot}}{R}\right)^3 = 28 \cdot \left(\frac{R_{\odot}}{0.8R_{\odot}}\right)^3 = 28 \cdot \left(\frac{5}{4}\right)^3 \approx 55.$$

2. Два пункта наблюдения находятся на широте 60 градусов и имеют долготы: первый — 30 градусов восточной долготы, второй — 60 градусов восточной долготы. Выберите верные утверждения.
- (a) Расстояние между ними равно приблизительно 3333 км.
 - (b) Во втором пункте Солнце достигнет максимальной высоты над горизонтом на 2 часа раньше, чем в первом пункте.
 - (c) Во втором пункте Солнце достигнет минимальной высоты под горизонтом на 2 часа позже, чем в первом пункте.
 - (d) Максимальные высоты Солнца над горизонтом в двух пунктах будут отличаться не более, чем на 0.5 градуса.
 - (e) Во втором пункте Солнце находится над горизонтом на 12 минут дольше, чем в первом пункте.
 - (f) Различия продолжительности светлого времени суток в двух пунктах не превышает 15 минут.

Решение (8 баллов):

- (a) Оценим сначала расстояние вдоль параллели. Угловое расстояние составляет $\lambda_2 - \lambda_1 = 60^\circ - 30^\circ = 30^\circ$. Вспомним, что длина экватора составляет примерно 40 тыс. км. Длина 60 параллели вдвое меньше, 20 тыс. км. Полная длина параллели соответствует градусной мере 360° , тогда углу в 30° будет соответствовать расстояние $20000/360 \cdot 30 \approx 1670$ км. На самом деле расстояние между пунктами будет еще меньше, поскольку на сфере расстоянием между двумя точками является дуга большого круга (окружности, в плоскости которой находится центр сферы), а параллель широты 60 градусов большим кругом не является.
- (b) Угловое расстояние вдоль параллели между пунктами составляет 30° . Оборот вокруг своей оси, то есть на 360° , Земля совершает приблизительно за 24 часа. Следовательно, угловому расстоянию 30° будет соответствовать интервал времени $24/360 \cdot 30 = 2$ часа. Второй пункт находится восточней, поэтому Солнце в нем достигнет максимальной высоты раньше.
- (c) Аналогично предыдущему, во втором пункте Солнце достигнет минимальной высоты также раньше, а не позже.
- (d) Поскольку пункты находятся на одной широте, то траектории суточного движения светил будут одинаковы, поэтому и максимальные высоты Солнца будут почти одинаковыми.
- (e) Аналогично предыдущему, при одинаковых широтах время нахождения объекта над горизонтом будет одинаково.
- (f) При одинаковых широтах различие в продолжительности суток будет несущественным.

Таким образом, верные утверждения здесь (b), (d), (f).

3. Во сколько раз отличаются максимальный и минимальный угловой диаметр Венеры при наблюдении с Земли? Орбиты обеих планет считать круговыми и лежащими в одной плоскости, радиус орбиты Венеры равен 0.72 астрономической единицы.

Решение (8 баллов):

Размеры Венеры малы по сравнению с расстоянием от Земли до неё, поэтому можно утверждать, что видимый размер будет обратно пропорционален расстоянию до объекта. В таком случае отношение максимального и минимального диаметров будет равно отношению максимального и минимального расстояний.

Максимальное расстояние до Венеры достигается в момент ее верхнего соединения с Солнцем, то есть когда Венера находится за Солнцем для земного наблюдателя. При этом расстояние до нее равно сумме радиусов орбит: $r_1 = r_3 + r_в = 1.72$ а.е.

Максимальное расстояние до Венеры достигается в момент ее нижнего соединения с Солнцем, то есть когда Венера находится перед Солнцем для земного наблюдателя. При этом расстояние до нее равно разности радиусов орбит: $r_2 = r_3 - r_в = 0.28$ а.е.

Отношение расстояний равно

$$\frac{r_1}{r_2} = \frac{1.72}{0.28} \approx 6.1.$$

4. Выберите верные утверждения об объектах Солнечной системы.

- (a) Для наблюдателя на Марсе Земля никогда не окажется в противоположной с Солнцем точке неба.
- (b) Видимые размеры Марса для земного наблюдателя меняются в течение нескольких лет не менее чем в 3 раза.
- (c) С Меркурия невозможно увидеть Землю невооружённым глазом.

- (d) Для наблюдателя на Венере Луна и Земля не удаляются друг от друга более чем на 2 угловые минуты.
- (e) Не наблюдаются астероиды, чья орбита полностью лежит внутри земной орбиты.
- (f) Наблюдаются астероиды, движущиеся по орбите Юпитера.

Решение (8 баллов):

- (a) Для наблюдателя на Марсе Земля будет внутренней планетой. Но в противоположной Солнцу точке неба может находиться планета, чья орбита лежит, хотя бы частично, за пределами орбиты Марса. Следовательно, первое утверждение верно.
- (b) Размеры Марса малы по сравнению с расстоянием от Земли до него, поэтому можно утверждать, что видимый размер будет обратно пропорционален расстоянию до объекта. В таком случае отношение максимального и минимального размеров будет равно отношению максимального и минимального расстояний.

Максимальное расстояние до Марса достигается в момент его соединения с Солнцем, то есть когда Марс находится за Солнцем для земного наблюдателя. При этом расстояние до него равно сумме радиусов орбит: $r_1 = r_3 + r_m = 2.5 \text{ а.е.}$

Максимальное расстояние до Марса достигается в момент его противостояния с Солнцем, то есть когда Марс находится в противоположной с Солнцем точке для земного наблюдателя. При этом расстояние до него равно разности радиусов орбит: $r_2 = r_m - r_3 = 0.5 \text{ а.е.}$

Отношение расстояний равно 5, поэтому и угловые размеры могут меняться в 5 раз (и даже более, если учитывать, что орбита Марса заметно вытянута).

- (c) Заметим, что на земном небе Венера хорошо видна. Несмотря на то, что Земля находится дальше от Солнца, чем Венера, и имеет меньшее альbedo, она немного больше и тем не менее будет довольно ярким объектом. Мы видим Венеру, когда она находится на почти одинаковом с Солнцем расстоянии и при этом не в полной фазе. Если же Земля для наблюдателя на Меркурии будет в противостоянии, то расстояние между ними будет около $1 - 0.4 = 0.6 \text{ а.е.}$, при этом Земля будет в полной фазе, что позволит ее видеть.
- (d) Наибольшее угловое расстояние между Землей и Луной для наблюдателя на Венере получится, когда отрезок «Земля – Луна» будет располагаться в картинной плоскости для наблюдателя и при этом расстояние между Венерой и объектами минимально. В такой конфигурации Земля для Венеры будет в противостоянии, расстояние между Венерой и Землей будет равно $r = a_3 - a_в \approx 0.28 \text{ а.е} = 4.2 \cdot 10^7 \text{ км}$. Расстояние между Землей и Луной равно $l = 3.8 \cdot 10^5 \text{ км}$.

Угловое расстояние, выраженное в радианах, составит

$$\alpha = \frac{l}{r} = \frac{3.8 \cdot 10^5}{4.2 \cdot 10^7} = 9 \cdot 10^{-3} \text{ рад,}$$

что примерно равно $30'$. Это существенно больше, чем $2'$.

- (e) Это утверждение неверно. Существует класс астероидов, называемых атиры, чья орбита полностью лежит внутри земной орбиты. Таких астероидов известно всего несколько десятков. Недавно был открыт астероид 2020 AV2, орбита которого полностью лежит внутри орбиты Венеры.
- (f) Это верное утверждение. Такие астероиды существуют, это так называемые троянские астероиды, одна из групп которых опережает Юпитер на его орбите на 60° , а другая отстаёт от него на 60° .

Таким образом, верные утверждения здесь (a), (b), (f).

5. Вам предлагается несколько утверждений. Для каждого из них выберите, согласны Вы с ним («да») или нет («нет»), можно также выбрать вариант «не знаю».

- (a) Впервые после новолуния Луну можно заметить вечером.
- (b) Луна не вращается вокруг своей оси.
- (c) При центральном солнечном затмении Луна закрывает сначала западную часть диска Солнца.
- (d) В некоторых местах на Земле Солнце можно увидеть как на севере, так и на юге.
- (e) Через несколько тысяч лет на полюсах Земли перестанут происходить полярные дни и ночи.
- (f) Сириус — звезда Южного полушария, поэтому в Петербурге она не видна.

Решение (8 баллов):

- (a) Впервые после новолуния Луну можно заметить вечером: да.
После новолуния лунный серп — освещённая часть лунного диска — начинает «расти». Как известно, в Северном полушарии при этом серп похож на закруглённую часть буквы «Р». Таким образом освещена правая сторона лунного диска, т.е. Солнце находится от Луны справа, т.е. западнее. Это означает, что, когда Солнце заходит, Луна, которая находится восточнее, ещё находится над горизонтом и некоторое время видна. Понятно, что это происходит вечером.
- (b) Луна не вращается вокруг своей оси: нет.
Луна вращается вокруг своей оси, причем это вращение синхронизировано с вращением Земли, так как Луна подвержена сильному приливному влиянию со стороны Земли: Луна делает полный оборот вокруг своей оси за то же время, за которое делает полный оборот вокруг Земли по орбите. Это приводит к тому, что к Земле Луна всегда обращена примерно одной стороной.
- (c) При центральном солнечном затмении Луна закрывает сначала западную часть диска Солнца: да.
При затмении Луна, которая движется по небу примерно в 12 раз быстрее Солнца, «находит» на него. Луна в своём движении вокруг Земли движется против суточного движения небесной сферы, т.е. с запада на восток. Следовательно, при затмении Луна первым закрывает западный край Солнца.
- (d) В некоторых местах на Земле Солнце можно увидеть как на севере, так и на юге: да.
Например, в период полярного дня за Северным полярным кругом Солнце не скрывается под горизонтом и в полночь наблюдается на севере.
- (e) Через несколько тысяч лет на полюсах Земли перестанут происходить полярные дни и ночи: нет.
Полярные дни и ночи происходят из-за того, что ось вращения Земли наклонена к плоскости её орбиты. Этот наклон очень стабилен и через несколько тысяч лет останется практически таким же, как сейчас.
- (f) Сириус — звезда Южного полушария, поэтому в Петербурге она не видна: нет.
Зимой Сириус в Петербурге наблюдается, хотя и невысоко над горизонтом.