



XXVIII Санкт-Петербургская
астрономическая олимпиада
отборочный тур, решения

2021
до 15
января

11 класс

1. Оцените величину поглощения на луче зрения от Солнца до рассеянного скопления, если радиус скопления равен 7 световым годам, угловой диаметр равен $6'$. Видимая звездная величина скопления равна $+8^m$, а абсолютная звёздная величина равна -6^m .

Решение (8 баллов):

Сначала определим расстояние до скопления, пользуясь информацией о угловом и линейном радиусе. Поскольку угловые размеры скопления малы, то расстояние определяем через отношение линейного и углового радиусов:

$$r \approx \frac{R}{\alpha} = \frac{7 \text{ св. лет}}{\frac{6}{2} \cdot 60 \cdot \frac{1}{206265}} = 8 \cdot 10^3 \text{ св. лет} \approx 2.5 \cdot 10^3 \text{ пк.}$$

С учётом поглощения A связь между видимой звёздной величиной m , абсолютной звёздной величиной M и расстоянием r имеет вид

$$m = M - 5 + 5 \lg r + A.$$

Отсюда

$$A = m - M + 5 - 5 \lg r = 8 - (-6) + 5 - 5 \lg(2.5 \cdot 10^3) \approx 2^m.$$

2. Галактика обладает космологическим красным смещением 0.02, а видимый угловой диаметр её равен $1'$. Выберите верные утверждения.
- (a) В телескоп с диаметром зеркала 15 см принципиально возможно увидеть отдельные детали галактики.
 - (b) Галактика приближается к наблюдателю со скоростью 6 тысяч км/с.
 - (c) Для земного наблюдателя видимая звездная величина галактики может быть ярче -1^m .
 - (d) Линейный диаметр галактики лежит в интервале от 20 до 30 кпк.
 - (e) Расстояние до галактики лежит в интервале от 78 до 92 Мпк.
 - (f) Если галактика находится в направлении созвездия Стрельца, то ее может не быть видно при наблюдении в оптическом диапазоне.

Решение (8 баллов):

- (a) Определим разрешающую способность телескопа:

$$\alpha[\text{рад}] \approx \frac{\lambda}{D} = \frac{5 \cdot 10^{-7} \text{ м}}{0.15 \text{ м}} = 3 \cdot 10^{-6} \text{ рад} \approx 0'.01.$$

Разрешающая способность существенно меньше размеров галактики, поэтому можно надеяться увидеть отдельные крупные детали структуры.

Можно обойтись и без вычислений, вспомнив, что $1'$ — это характерная разрешающая способность человеческого глаза. При использовании телескопа она явно будет лучше, поэтому ее хватит для наблюдения крупных деталей.

(b) В условии указано, что смещение линий в спектре обусловлено космологическим расширением Вселенной. Это означает, что галактика будет удаляться от нас.

При этом скорость удаления галактики за счет расширения Вселенной будет равна $v = cz = 6 \cdot 10^3$ км/с. Если предположить, что галактика находится в скоплении и имеет собственную скорость, то для достижения скорости приближения 6 тысяч км/с собственная скорость должна быть равна 12 тысяч км/с, а это довольно много даже для богатого скопления. Во всяком случае, из данных задачи это утверждение никак не следует.

(c) Можно отметить, что при указанной видимой звездной величине объект наблюдался бы невооруженным глазом. Среди наблюдаемых невооруженным глазом галактик настолько ярких нет. Тем не менее, решим задачу немного иным способом. Определим, на каком расстоянии находится галактика:

$$v = HD, \quad D = \frac{v}{H} = \frac{6 \cdot 10^3}{72} = 83 \text{ Мпк.}$$

Посмотрим, какую абсолютную звездную величину должна иметь галактика, чтобы видимая звездная величина равнялась -1 :

$$M = m + 5 - 5 \lg r = -1 + 5 - 5 \lg(83 \cdot 10^6) \approx -36^m.$$

Это неправдоподобно яркий объект: например, Млечный Путь по оценкам имеет абсолютную звездную величину $\sim -22^m$.

(d) На расстоянии 83 Мпк угловому размеру $1'$ соответствует линейный размер

$$D = \alpha \cdot r = \frac{1'}{60 \cdot 57.3} \cdot 83 \cdot 10^6 = 2.4 \cdot 10^4 \text{ пк} = 24 \text{ кпк.}$$

(e) В одном из пунктов выше мы определили расстояние, оно оказалось равным примерно 83 Мпк.

(f) В направлении созвездия Стрельца находится центр нашей Галактики, луч зрения при этом проходит через галактический диск, испытывая значительное поглощение. В направлении на центр Галактики поглощение достигает десятков звездных величин, что делает невозможным наблюдения в оптическом диапазоне.

Таким образом, верные утверждения здесь (a), (d), (e), (f)

3. Определите максимальную элонгацию астероида 2020 AV2 при наблюдении с Земли, если большая полуось его орбиты равна 0.555 а.е., а эксцентриситет равен 0.177. Орбиту Земли считайте круговой.

Решение (8 баллов):

В условиях задачи максимальная элонгация соответствует наибольшему угловому удалению объекта от Солнца при наблюдении с Земли. Такая конфигурация будет достигаться в момент, когда луч зрения наблюдателя пройдет по касательной к точке орбиты, наиболее удаленной от Солнца, то есть к точке афелия.

В точке афелия расстояние от Солнца до астероида равно

$$r_\alpha = a(1 + e) = 0.555 \cdot (1 + 0.177) \approx 0.653 \text{ а.е.}$$

Угловое расстояние l , соответствующее данному линейному расстоянию, можно определить из прямоугольного треугольника «Солнце – астероид – Земля»:

$$\sin l = \frac{r_\alpha}{a_\oplus} = \frac{0.653}{1} = 0.653.$$

Получаем, что $l = 41^\circ$.

4. Некоторая звезда имеет радиус 44 радиуса Солнца и массу 2.5 массы Солнца. Выберите верные утверждения.

- (a) Температура такой звезды может составлять 38000 К в течение 5 миллионов лет.
- (b) Средняя плотность звезды равна 0.04 килограммов на кубический метр.
- (c) Планета с большой полуосью орбиты 2 а.е. не может иметь эксцентриситет орбиты больше 0.95.
- (d) Звезда не может вращаться с периодом меньше 1 месяца.
- (e) Вокруг такой звезды может вращаться планета с орбитальным периодом 13 суток.
- (f) Звезда не может вращаться с периодом больше 1 года.

Решение (8 баллов):

- (a) Если сопоставить массу звезды и ее радиус, то можно понять, что это звезда на поздней стадии эволюции, красный гигант. У таких звезд температура не может быть больше 5000 К.
- (b) Средняя плотность равна отношению массы к объему объекта:

$$\bar{\rho} = \frac{M}{\frac{4}{3}\pi R^3} = \frac{2.5 \cdot 2 \cdot 10^{30}}{\frac{4}{3}\pi \cdot (44 \cdot 7 \cdot 10^8)^3} = 0.04 \text{ кг/м}^3.$$

- (c) Если эксцентриситет будет более 0.95, то перицентрическое расстояние будет меньше $a(1-0.95) = 2 \cdot 1.5 \cdot 10^{11} \cdot (1-0.95) = 1.5 \cdot 10^{10}$ м. Радиус звезды равен $44 \cdot 7 \cdot 10^8 = 3 \cdot 10^{10}$ м, то есть орбита заходила бы внутрь звезды.
- (d) Предельной скоростью вращения звезды на экваторе является первая космическая скорость:

$$v_I = \sqrt{\frac{GM}{R}}.$$

Тогда минимальный период обращения будет равен

$$T = \frac{2\pi R}{v_I} = \sqrt{\frac{4\pi^2 R^3}{GM}} = \sqrt{\frac{4\pi^2 (44 \cdot 7 \cdot 10^8)^3}{6.67 \cdot 10^{-11} \cdot 2.5 \cdot 2 \cdot 10^{30}}} = 1.9 \cdot 10^6 \text{ с.} \approx 22 \text{ сут.}$$

Значение, полученное нами, формально меньше месяца. Но как мы знаем, при вращении жидкого или газового объекта форма его будет меняться: чем выше скорость вращения, тем более уплощенной становится форма. Для таких фигур предельная скорость вращения будет меньше (примерно вдвое, а с учетом хода плотности и сильнее), что даст большее время вращения.

- (e) Определим большую полуось орбиты такой планеты. Воспользуемся третьим законом Кеплера в системе единиц «а.е. – год – масса Солнца»:

$$\frac{T^2}{a^3} = \frac{1}{M}, a = \sqrt[3]{MT^2} = \sqrt[3]{2.5 \cdot (13/365)^2} = 0.15 \text{ а.е.}$$

Если перевести радиус звезды в астрономические единицы, мы получим 0.2 а.е., иначе говоря, планета должна была бы оказаться внутри звезды.

- (f) В действительности звезда может практически не вращаться, поэтому верхний предел для скорости определить сложно. Мы видели, что при периоде вращения, равном месяцу, звезда вращается с предельной скоростью. Поэтому следует ожидать существенно больших периодов вращения.

Таким образом, верные утверждения здесь (b), (c), (d).

5. Вам предлагается несколько утверждений. Для каждого из них выберите, согласны Вы с ним («да») или нет («нет»), можно также выбрать вариант «не знаю».

- (a) Через несколько тысяч лет список зодиакальных созвездий изменится.
- (b) Некоторые галактики называют неправильными из-за аномального химического состава.
- (c) Закон Хаббла выполняется не для всех галактик.
- (d) Солнце выглядит жёлтым из-за влияния земной атмосферы, на самом деле оно голубоватое.
- (e) Плотность чёрной дыры может быть меньше плотности воды.
- (f) Луна вызывает прилив не только на обращённой к ней стороне Земли, но и на противоположной.
- (g) Разрешающая способность сколь угодно большого наземного телескопа с простым зеркалом примерно равна разрешающей способности небольшого любительского телескопа.

Решение (8 баллов):

- (a) Через несколько тысяч лет список зодиакальных созвездий изменится: нет.
Для изменения списка зодиакальных созвездий требуется изменение положения в пространстве плоскости эклиптики, которое, хотя и происходит из-за гравитационного воздействия других планет, оказывается сравнительно малым. Как следствие, в ближайшие 3–5 тысяч лет список не изменится (но через больший интервал времени Солнце в своём годичном движении будет слегка «задевать» созвездия Кита и Ориона).
- (b) Некоторые галактики называют неправильными из-за аномального химического состава: нет.
Название обусловлено неправильностью формы галактик.
- (c) Закон Хаббла выполняется не для всех галактик: да.
Близкие к Млечному Пути галактики, входящие в Местную группу, не подчиняются закону Хаббла. Например, Туманность Андромеды и Млечный Путь взаимно сближаются, а не удаляются. Также закону Хаббла не подчиняются очень далёкие от нас галактики.
- (d) Солнце выглядит жёлтым из-за влияния земной атмосферы, на самом деле оно голубоватое: нет.
Максимум интенсивности излучения Солнца приходится на длины волн, соответствующие жёлто-зелёной части спектра.
- (e) Плотность чёрной дыры может быть меньше плотности воды: да.
Формальной границей чёрной дыры является радиус Шварцшильда. Так как он прямо пропорционален массе, то средняя плотность чёрной дыры, определенная как масса, делённая на объём, обратно пропорциональна квадрату массы. Таким образом, чем массивнее чёрная дыра, тем меньше её средняя плотность. Плотности чёрных дыр звёздных масс большие, больше ядерной, а вот плотности сверхмассивных чёрных дыр очень малы. Например, средняя плотность знаменитой чёрной дыры в центре галактики M87 меньше плотности воздуха у поверхности Земли.
- (f) Луна вызывает прилив не только на обращённой к ней стороне Земли, но и на противоположной: да.
Так как приливное ускорение — это разность ускорений в точке наблюдения и в центре Земли, то приливные ускорения в подлунной точке и в точке,

противоположной Луне, будут практически равны по величине и противоположны по направлению. Это создаст два приливных «горба» с двух сторон Земли.

- (g) Разрешающая способность сколь угодно большого наземного телескопа с простым зеркалом примерно равна разрешающей способности небольшого любительского телескопа: да.

Влияние атмосферы ограничивает предельную разрешающую способность наземных телескопов примерно $1'' \div 2''$. Сравнительно редко удается добиться лучшего разрешения, но не намного.