



XXVIII Санкт-Петербургская
астрономическая олимпиада
отборочный тур, решения

2021
до 15
января

10 класс

1. Бетельгейзе в среднем имеет видимую звездную величину $+0^m.6$ и излучает только 12% энергии в видимом диапазоне спектра. Остальное в основном приходится на инфракрасный диапазон. Оцените, какой была бы средняя видимая звездная величина Бетельгейзе, если бы человеческий глаз мог бы видеть не только в оптическом, но и в инфракрасном диапазоне.

Решение (8 баллов):

Видимая звездная величина m по определению связана с освещенностью E , создаваемой объектом, как $m = -2.5 \lg E + \text{const}$. Поэтому если обозначить индексом 0 величины для оптического диапазона, а без индекса — «новые» величины (с учетом инфракрасного диапазона), получим

$$m - m_0 = -2.5 \lg \frac{E}{E_0} = -2.5 \lg \frac{1}{0.12} = 2.5 \lg 0.12 \approx -2.3,$$

откуда $m = m_0 - 2.3 = -1^m.7$.

2. Некоторая комета обладает большой полуосью орбиты 60 а.е. Выберите верные утверждения.
- (a) Комета может удалиться от Солнца на 130 а.е.
 - (b) В афелии скорость кометы может быть равна 5 км/с.
 - (c) Период обращения кометы составляет около 465 лет.
 - (d) Комета может приблизиться к Солнцу на 0.5 а.е.
 - (e) Комета может пересечь орбиту Земли.
 - (f) Скорость кометы на расстоянии 1 а.е. от Солнца может равняться 60 км/с.

Решение (8 баллов):

- (a) Большая полуось орбиты a конечна и положительна, что означает замкнутую орбиту, близкую к эллиптической. Вычислим афелийное расстояние как $a(1+e)$, где e — эксцентриситет орбиты. Для эллиптических орбит $e < 1$, поэтому $a(1+e) < 2a = 120$ а.е. Поэтому даже в самой дальней точке орбиты комета не может удалиться от Солнца дальше, чем на 120 а.е.

- (b) Афелийная скорость равна

$$v_\alpha = \sqrt{\frac{GM_\odot}{a} \cdot \frac{1-e}{1+e}}.$$

При постоянной большой полуоси скорость в афелии будет тем больше, чем меньше e . Значит, максимально возможная афелийная скорость будет равна

$$v_\alpha = \sqrt{\frac{GM_\odot}{a}} \approx 3.9 \text{ км/с}.$$

Поэтому скорость 5 км/с в афелии орбиты достигаться не может.

- (с) По третьему закону Кеплера определяем период обращения. Для объектов Солнечной системы квадрат периода обращения, выраженного в годах, численно равен кубу большой полуоси, выраженной в астрономических единицах:

$$T^2 = a^3 \Rightarrow T = \sqrt{a^3} = \sqrt{60^3} \approx 465 \text{ лет.}$$

- (d) Перигелийное расстояние равно $a(1 - e)$. Чем ближе e к 1, тем меньше перигелийное расстояние, и комета может оказаться сколь угодно близко к Солнцу. Например, пусть $e = 0.995$, тогда перигелийное расстояние будет равно 0.3 а.е., что меньше 0.5 а.е.
- (e) Мы видим, что перигелийное расстояние может быть меньше 0.5 а.е. Тогда, если орбита кометы лежит в плоскости эклиптики, то комета должна будет пересечь земную орбиту.
- (f) Заметим, что комета находится на эллиптической орбите. Тогда на любом расстоянии от Солнца ее скорость должна быть меньше второй космической для этого расстояния. На земной орбите вторая космическая скорость равна примерно 42 км/с, значит, 60 км/с — слишком большая скорость для замкнутой орбиты.

Таким образом, верные утверждения здесь (с), (d), (e).

3. Спутник некоторой экзопланеты, находясь почти на таком же расстоянии от планеты, как и Луна от Земли, имеет период обращения в 5 раз меньший, чем период обращения Луны вокруг Земли. Во сколько раз масса этой экзопланеты больше массы Земли?

Решение (8 баллов):

Запишем третий закон Кеплера для системы «Земля – Луна» и «экзопланета – спутник», пренебрегая массой меньших компонентов:

$$\frac{T_{\zeta}^2}{a_{\zeta}^3} = \frac{4\pi^2}{GM_{\oplus}}, \quad \frac{T_s^2}{a_s^3} = \frac{4\pi^2}{GM_p}.$$

Поделим первое равенство на второе с учетом $a_{\zeta} = a_s$:

$$\frac{T_{\zeta}^2}{T_s^2} = \frac{M_p}{M_{\oplus}}.$$

Величина слева равна $5^2 = 25$, тогда и масса экзопланеты в 25 раз больше массы Земли.

4. В двойной звезде радиус первой компоненты равен 2.3 радиуса Солнца, второй — 3 радиуса Солнца. Температура первой равна 12500 К, температура второй — 4500 К. Выберите верные утверждения.

- (a) В телескоп с апертурой 25 см вторую компоненту можно увидеть глазом с расстояния 500 парсеков.
- (b) Абсолютная звездная величина второй звезды равна примерно +2.1.
- (c) Отношение светимости первой компоненты к светимости второй приблизительно равно 30.
- (d) Когда двойная при наблюдении в телескоп не разрешается, то её эффективная температура составит 17 000 К.
- (e) С расстояния в 20 парсеков первая компонента наблюдается как объект примерно 1.2 звёздной величины.
- (f) Первая звезда относится к спектральному классу В.

Решение (8 баллов):

- (a) Определим сначала абсолютную звездную величину второй компоненты. Ее светимость равна

$$L = 4\pi R^2 \sigma T^4 = 4\pi \cdot (3 \cdot 7 \cdot 10^8)^2 \cdot 5.67 \cdot 10^{-8} \cdot 4500^4 \approx 1.3 \cdot 10^{27} \text{ Вт} \approx 3.2 L_{\odot}.$$

По формуле Погсона

$$M_{\odot} - M = 2.5 \lg \frac{L}{L_{\odot}}, \quad M = 3^m .5.$$

Видимая звездная величина с расстояния 500 парсеков равна

$$m = M - 5 + 5 \lg r = 3.5 - 5 + 5 \cdot \lg 500 = 12^m.$$

Определим предельную звездную величину при наблюдении глазом в телескоп:

$$m_{\text{lim}} - 6 = 5 \lg \frac{25}{0.5}, \quad m_{\text{lim}} = 14.5 > m.$$

Поэтому звезду можно будет увидеть.

- (b) Абсолютная звездная величина второй звезды, как мы уже знаем, равна $+3^m .5$.
(c) Запишем отношение светимостей:

$$\frac{L_1}{L_2} = \frac{4\pi R_1^2 \sigma T_1^4}{4\pi R_2^2 \sigma T_2^4} = \left(\frac{R_1}{R_2}\right)^2 \cdot \left(\frac{T_1}{T_2}\right)^4 = \left(\frac{2.3}{3}\right)^2 \cdot \left(\frac{12500}{4500}\right)^4 = 35.$$

- (d) Формальная эффективная температура двойной звезды, видимой как одна, если исходить из звездных величин в разных полосах спектра или же из полного спектра, будет находиться между температурами ее компонентов.

В этой системе радиусы звезд очень близки друг к другу, а температуры отличаются очень сильно. Тогда, в соответствии с законом Стефана–Больцмана, светимость более горячей звезды намного превосходит светимость более холодной. Таким образом, в этой системе будет доминировать излучение более горячей звезды и, если эффективная температура двойной будет определяться по полному распределению энергии в спектре, то она окажется близка к 12500 К.

- (e) Определим абсолютную звездную величину первой компоненты. Ее светимость равна

$$L = 4\pi R^2 \sigma T^4 = 4\pi \cdot (2.3 \cdot 7 \cdot 10^8)^2 \cdot 5.67 \cdot 10^{-8} \cdot 12500^4 \approx 4.5 \cdot 10^{28} \text{ Вт} \approx 114 L_{\odot}.$$

По формуле Погсона

$$M_{\odot} - M = 2.5 \lg \frac{L}{L_{\odot}}, \quad M = -0.34^m.$$

Видимая звездная величина с расстояния 20 парсеков равна

$$m = M - 5 + 5 \lg r = -0.34 - 5 + 5 \lg 20 = 1^m .2.$$

- (f) Температура соответствует поздним подклассам спектрального класса В.

Таким образом, верные утверждения здесь (a), (c), (e), (f).

5. Вам предлагается несколько утверждений. Для каждого из них выберите, согласны Вы с ним («да») или нет («нет»), можно также выбрать вариант «не знаю».

- (a) Большой наклон орбиты тела к плоскости эклиптики однозначно свидетельствует о том, что тело не принадлежит Солнечной системе.

- (b) Увеличение изображения в телескопе зависит от параметров окуляра.
- (c) При покрытии звёзд Луной они скрываются за восточной частью её диска.
- (d) В конце своей жизни звёзды превращаются либо в чёрную дыру, либо в белый карлик.
- (e) В день летнего солнцестояния в Петербурге наблюдается самый ранний (по московскому времени) восход Солнца.
- (f) Красные звёзды холоднее голубых.
- (g) Все спутники Земли на круговых орбитах движутся с одной и той же скоростью — первой космической.

Решение (8 баллов):

- (a) Большой наклон орбиты тела к плоскости эклиптики однозначно свидетельствует о том, что тело не принадлежит Солнечной системе: нет.
Ряд астероидов имеет существенный наклон к плоскости эклиптики. Среди таких астероидов можно упомянуть околоземный астероид (2014) RR₆₉ с наклоном 93°.7. Большинство комет и объектов пояса Койпера также имеют орбиты, сильно наклонённые к эклиптике.
- (b) Увеличение изображения в телескопе зависит от параметров окуляра: да.
Понятие увеличения применимо только к телескопу с окуляром и при неизменном объективе определяется фокусным расстоянием окуляра.
- (c) При покрытии звёзд Луной они скрываются за восточной частью её диска: да.
Луна в своём движении вокруг Земли движется против суточного движения небесной сферы, т.е. с запада на восток. Следовательно, при покрытии звезды Луна сначала касается их своим восточным краем.
- (d) В конце своей жизни звёзды превращаются либо в чёрную дыру, либо в белый карлик: нет.
Например, одним из конечных результатов эволюции звезды может быть нейтронная звезда.
- (e) В день летнего солнцестояния в Петербурге наблюдается самый ранний (по московскому времени) восход Солнца: нет.
Московское время — это гражданское, т.е. среднее солнечное время (с некоторым постоянным сдвигом, но в данном случае это не важно). В день летнего солнцестояния среднее солнечное время опережает истинное. Поэтому самый ранний восход Солнца по московскому времени будет до дня летнего солнцестояния.
- (f) Красные звёзды холоднее голубых: да.
Согласно закону смещения Вина, чем горячее звезда, тем меньшая длина волны будет соответствовать максимуму спектральной плотности потока излучения.
- (g) Все спутники Земли на круговых орбитах движутся с одной и той же скоростью — первой космической: нет.
Это утверждение неверно. Первая космическая скорость зависит от расстояния до притягивающего центра как

$$v(r) = \sqrt{\frac{GM}{r}}.$$

Таким образом, с ростом расстояния скорость будет уменьшаться.

Существует также более частное определение первой космической скорости — как круговой скорости на поверхности рассматриваемого тела (в данном случае Земли). Тогда ее значение станет фиксированным, но вот скорости движения спутников по круговым орбитам не будут с ней совпадать.