XXVII Санкт-Петербургская астрономическая олимпиада

отборочный тур, решения

2020

до 16 января

7–8 классы

---

1. Часы петербургского студента–астронома испортились: за сутки они уходят на 6 минут вперед. В 7 часов утра студент выставляет часы по точному местному времени для своего дома. В 6 часов вечера, вернувшись домой, студент снова посмотрел на часы. На каком расстоянии от дома студента на той же широте находится пункт, для которого увиденное время в этот момент окажется точным?

Решение (8 баллов):

Поскольку часы уходят вперед, то пункт окажется восточней Петербурга. Определим, насколько различаются долготы двух пунктов. Так как часы уходят на 6 минут за сутки, то в час они уходят на $6/24 = 0.25$ минуты. С 7 утра до 6 часов вечера проходит 11 часов, тогда часы убегут на $11 \cdot 0.25 = 2.75$ минуты. Посмотрим, какому расстоянию на широте 60° соответствует такая разница во времени.

Составим пропорцию для промежутков времени и для расстояний:

$$\frac{2.75}{24 \cdot 60} = \frac{r}{l}\,,$$

здесь l — длина параллели при широте 60°. Заметим, что длина этой параллели ровно вдвое меньше длины экватора, то есть равна 20 тыс. км. Тогда расстояние r равно

$$r = 2 \cdot 10^4\,\text{км} \cdot \frac{2.75}{24 \cdot 60} = 38\,\text{км}.$$

2. Потерянный астероид 1995 SN_{55}, согласно вычисленной орбите, может подходить к Солнцу не ближе, чем на 7.9 а.е. Однако из-за малого количества наблюдений эта величина известна с ошибкой около 350 миллионов км. Может ли, согласно этим данным, астероид подойти к Земле ближе, чем на 10 радиусов лунной орбиты?

Решение (8 баллов):

Переведем значение ошибки наблюдений в а.е.:

$$350 \cdot 10^6\,\text{км} = \frac{350 \cdot 10^6}{1.5 \cdot 10^8}\,\text{а.е.} \approx 2.3\ \text{а.е.}$$

Тогда минимальное расстояние, на которое астероид может подойти к Солнцу, равно $7.9 - 2.3 = 5.6$ а.е. Поскольку Земля удалена от Солнца на 1 а.е., то к Земле астероид может подойти на расстояние $5.6 - 1 = 4.6$ а.е. Радиус лунной орбиты равен $3.8 \cdot 10^5$ км, 10 радиусов лунной орбиты составляют $3.8 \cdot 10^6$ км, что существенно меньше чем даже 1 а.е.

3. Минимально возможная скорость движения некоторой планеты Солнечной системы относительно Юпитера составляет 22 км/с. Найдите максимально возможную скорость движения той же планеты относительно Юпитера и назовите эту планету. Можно считать, что орбиты обеих планет круговые и расположены в одной плоскости.

Решение (8 баллов):

Орбитальная скорость Юпитера составляет около 13 км/с, что можно вычислить или найти, воспользовавшись справочными данными. Поскольку планеты движутся вокруг Солнца в одной плоскости и в одном направлении, минимальная скорость движения другой планеты относительно Юпитера будет достигаться тогда, когда планета находится в нижнем соединении (для наблюдателя на Юпитере), а максимальная — когда планета находится в верхнем соединении.

Поскольку минимальная относительная скорость больше, чем орбитальная скорость Юпитера, планета должна быть внутренней по отношению к Юпитеру. Это означает, что ее орбитальная скорость равна сумме орбитальной скорости Юпитера и минимальной относительной скорости, т.е. составляет около 35 км/с. Тогда максимальная относительная скорость будет равна сумме орбитальных скоростей планет и составит 48 км/с.

Поскольку орбитальная скорость такой планеты больше скорости Земли, этой планетой может быть либо Меркурий, либо Венера. Сверка со справочными данными или вычисление радиуса орбиты показывают, что речь идет именно о Венере.

4. Туманность Кольцо находится на расстоянии $2.6 \cdot 10^3$ световых лет от Солнца. За 100 лет ее видимые угловые размеры возрастают в среднем на $1''$. С какой линейной скоростью (в км/с) происходит расширение туманности?

Решение (8 баллов):

Определим линейное расстояние, на которое за 100 лет увеличивается диаметр туманности. При малых углах видимый диаметр, выраженный в радианах, равен отношению линейного диаметра и расстояния:

$$d = \frac{D}{r}; \quad \frac{1''}{57.3 \cdot 3600} = \frac{D}{2.6 \cdot 10^3 \cdot 3 \cdot 10^5 \,\text{км/с} \cdot 3.2 \cdot 10^7\,\text{с}}; \quad D = 1.2 \cdot 10^{11} \text{ км}.$$

Это расстояние соответствует времени расширения $100 \cdot 3.2 \cdot 10^7$ с $= 3.2 \cdot 10^9$ с, тогда скорость расширения туманности равна

$$\frac{1.2 \cdot 10^{11} \text{ км}}{3.2 \cdot 10^9 \text{ с}} = 38 \text{ км/с}.$$

Проще решить задачу, если перевести расстояние до туманности в парсеки. Поскольку 1 пк $\approx$ 3.26 св.лет, то расстояние до туманности составляет $\approx$ 800 пк. По определению парсека 1 астрономическая единица видна с расстояния 1 пк под углом $1''$, поэтому с расстояния 800 пк под углом $1''$ видно расстояние 800 а.е. Следовательно, линейная скорость расширения туманности составляет 8 а.е./год. Поскольку 1 а.е./год равна примерно 4.74 км/с, получаем, что скорость расширения туманности составляет около $8 \cdot 4.74 \approx 38$ км/с, что совпадает с уже полученным ранее ответом.

5. Комету одновременно наблюдают астрономы с Земли и Марса. Угловой размер хвоста кометы, видимого с Земли, равен 2°. Найдите угловой размер хвоста кометы, видимый с Марса, если известно, что Марс в момент наблюдения находится в квадратуре. Можно считать, что длина хвоста, видимого при наблюдениях с Земли и с Марса, одинакова.

Решение (8 баллов):

Поскольку хвост кометы направлен в противоположную от Солнца сторону, а в момент нахождения Марса в квадратуре Солнце, Земля и Марс не находятся на одной прямой, наблюдатели с Земли и с Марса смотрят на хвост с разных направлений. В результате угловой размер хвоста при наблюдении с Марса может оказаться практически произвольным.

Можно легко получить два крайних случая. Если комета, Марс и Солнце находятся на одной прямой, то для наблюдателя с Марса угловой размер хвоста кометы будет нулевым, если Марс не находится в хвосте кометы, и составит 180° в противном случае. Поскольку орбиты комет не обязательно располагаются в плоскости эклиптики и могут быть любым образом наклонены к ней, то хвост, который находится на расстоянии, равном расстоянию от Солнца до Марса, и лежит в плоскости, проходящей через Солнце и Марс и перпендикулярной плоскости эклиптики, при наблюдении с Марса может иметь любые промежуточные угловые размеры. Таким образом, итоговый ответ — угловой размер может быть любым в пределах от 0° до 180°.