XXV Санкт-Петербургская астрономическая олимпиада

теоретический тур, решения

2018

4 февраля

5–6 классы

1. Студент-астроном заметил, что несколько дней подряд ложится спать в момент восхода Бетельгейзе (α Ориона) над горизонтом. Раньше или позже он ложится в каждый последующий день? В какое время года ему удается наблюдать восход данной звезды?

Решение (8 баллов):

Поскольку Земля вращается вокруг своей оси в том же направлении, в котором обращается вокруг Солнца, период между двумя последовательными прохождениями Солнцем меридиана (полуднями или полуночами) оказывается чуть больше, чем период вращения Земли вокруг своей оси (разница составляет примерно 1/365 часть суток, это около 4 минут). И, поскольку восход Бетельгейзе связан только с вращением Земли вокруг оси, он каждый день по солнечному времени происходит примерно на 4 минуты *раньше* (а студент, соответственно, раньше ложится спать).

Далее следует вспомнить небо. Орион — «зимнее» созвездие, и это значит, что оно оказывается выше всего над горизонтом (кульминирует) в середине ночи зимой. Если предположить, что студент ведет более-менее здоровый образ жизни и ложится спать часов в районе 11 часов вечера (т.е. за два-три часа до истинной полуночи), то это значит, что описанная ситуация происходит поздней осенью или в начале зимы.

2. Определите, какие дни недели были 4 февраля 1918 года в Югославии, Болгарии и России, в которых сегодня проходит олимпиада. Примечание: Болгария перешла на григорианский календарь в 1916 году, Югославия — в 1919 году.

Решение (8 баллов):

Начнем с наиболее простого случая — григорианский календарь в Болгарии. В этом случае от дня проведения тура прошло ровно 100 лет, причем в соответствующем промежутке не было ни одного года, который являлся бы високосным в юлианском календаре и не являлся бы — в григорианском. Поэтому каждый четвертый год длиннее на одни сутки, а средняя продолжительность года равна точно 365.25 суток. Следовательно, за это время прошло 36525 дней, и мы сможем определить день недели 4 февраля 1918 года, если поделим это число на 7 с остатком. Конечно, можно честно выполнить деление в столбик, но, поскольку нас интересует только остаток, можно упростить себе жизнь, просто откидывая слагаемые, заведомо делящиеся на 7 нацело. $36525-35000 = 1525$, $1525-1400 = 125$, $125 - 70 = 55$, $55 - 49 = 6$, значит, разница в днях недели равна 6, причем отсчитывать эти дни надо назад от воскресенья, в которое проходил тур. Отсюда делаем вывод: 4 февраля 1918 года в Болгарии — понедельник.

В Югославии (точнее, странах Югославии — так она стала называться только в конце 1918 года) в тот момент действовал юлианский календарь. Разность дат между юлианским и григорианским календарями и в XX, и в XXI веке составляет 13 дней. Таким образом, 4 февраля 1918 года по юлианскому календарю это 17 февраля 1918 года по григорианскому. Так как 4 февраля 1918 года по григорианскому календарю — понедельник, то 17 февраля 1918 года (также по григорианскому календарю) было воскресеньем и, следовательно, в странах Югославии 4 февраля 1918 года — воскресенье.

Казалось бы, поскольку календарей только два, то ответ для России должен совпадать с каким-то из двух предыдущих. Однако три вопроса задачи наводят на мысль, что ответов все-таки тоже три. Это действительно так: кроме вариантов, когда действовал какой-то один из календарей, остается еще вариант перехода с одного календаря на другой. В самом деле, поскольку даты по григорианскому календарю обгоняют даты по юлианскому, в каждой стране, переходившей с первого календаря на второй, какие-то даты должны были просто отсутствовать. В России сразу после 31 января 1918 года наступил день 14 февраля 1918 года и, соответственно, дня 4 февраля 1918 года просто не было.

Примечание. Некоторые участники, полностью решившие задачу, после тура интересовались, насколько корректно было со стороны организаторов олимпиады давать задачу про особенности календаря в России, о которых участники-иностранцы знать скорее всего не могут. Спешим всех успокоить: задача была включена в комплект только после того как мы убедились, что в этой возрастной параллели участников из других стран не будет. С другой стороны, в этом нам немного повезло: упустить случай отметить вековой юбилей смены календаря было бы обидно, второй такой же представился бы еще только через 100 лет, на CXXV Санкт-Петербургской астрономической олимпиаде.

3. У полярника, зимующего неподалеку от Северного полюса, остановились часы. На какой минимальной широте полярник сможет бегать вокруг полюса так, чтобы его часы постоянно показывали точное местное время?

Решение (8 баллов):

Чтобы часы полярника всегда показывали точное местное время, он должен пробегать всю параллель за то же время, что и Солнце, т.е. за 24 часа. Так как требуется минимальная широта, то эта параллель будет самой длинной, которую в принципе может пробежать полярник. Таким образом, надо оценить максимальную скорость, с которой полярник может бегать. Пусть она равна 10 км/час, тогда за 24 часа полярник сможет пробежать 240 км. Это и будет длина параллели L с минимальной широтой. Так как параллель маленькая, то можно считать, что она представляет из себя обычный круг на плоскости. Найдем радиус этого круга R, т.е. расстояние от полюса до параллели:

$$R = \frac{L}{2\pi} = \frac{240}{2\pi} \approx 40\,\text{км}.$$

Известно, что 1° меридиана на земной поверхности соответствует 111 км, следовательно, расстояние в градусах от полюса до параллели, по которой бегает полярник, будет равно $40/111 \approx 0.4^\circ$. Таким образом искомая широта будет равна $90^\circ - 0^\circ.4 = 89^\circ.6$ или примерно $89^\circ 40'$.

Примечание. Конкретный ответ в этой задаче, естественно, зависит от предполагаемой скорости бега полярника, так что оценивается не столько ответ, сколько ход решения и рассуждения. Участники могут брать любую разумную скорость полярника (примерно от 5 км/час до 20 км/час), оценка при этом не снижается.

4. В изданном 95 лет назад задачнике по астрономии упоминается «Звезда Великой Октябрьской Революции», выбор которой был обусловлен тем, что она видна в лучах заходящего Солнца в день Революции. Что это за звезда? Какого она цвета?

Решение (8 баллов):

Для начала придется вспомнить историю (или здравый смысл) и учесть, что Октябрьская революция произошла 7 ноября (если вспоминалась история) или где-то в октябре (если использовался здравый смысл). Дальнейшее чтение условий задачи позволяет сформулировать несколько важных утверждений.

1) Эта звезда очень яркая, скорее всего это одна из ярчайших звезд неба (иначе ее просто не будет видно в лучах заходящего Солнца).

2) Эта звезда находится на небе сравнительно недалеко от Солнца 7 ноября (раз она видна на закатном небе), но все же не очень близко (иначе даже очень яркую звезду увидеть не удастся).

3) Поскольку в течение года Солнце движется по небу в сторону, противоположную суточному движению (см. решение задачи №1), после 7 ноября Солнце на небе к этой звезде будет приближаться.

4) Если цвет звезды имеет хоть какое-нибудь отношение к революции, то, по-видимому, звезда должна быть красной.

Из второго утверждения следует, что искать надо звезду в созвездиях на эклиптике, причем в тех, в которых Солнце бывает примерно в ноябре. Даже если выбирать созвездия с большим запасом — Весы, Скорпион, Змееносец и Стрелец — сразу же можно заметить, что в них есть ровно одна действительно яркая звезда — Антарес. Остается только убедиться, что он же удовлетворяет и всем другим условиям.

5. В одном из фильмов о «людях в черном» у кота по кличке Орион в подвеске к ошейнику была заключена галактика. Если предположить, что радиус подвески равен 1 см, а галактика (является уменьшенной копией нашей) имеет радиус $R = 50$ тысяч световых лет, то во сколько раз больше или меньше протона были бы звезды типа Солнца в таком масштабе? Радиус протона 10^{-13} см.

Решение (8 баллов):

Сначала определим, во сколько раз радиус галактики превосходит радиус подвески. Переведем значение R в сантиметры. Данное расстояние свет со скоростью $\approx 3 \cdot 10^{10}$ см/с проходит за 50 тысяч лет; в одном году примерно $365 \cdot 24 \cdot 3600 \approx 3.2 \cdot 10^7$ секунд.

$$50 \cdot 10^3 \cdot 3.2 \cdot 10^7 \cdot 3 \cdot 10^{10} = 4.8 \cdot 10^{22} \text{ см.}$$

Таким образом, радиус галактики превосходит радиус подвески в $N = 4.8 \cdot 10^{22}$ раз. Тогда в масштабе подвески Солнце имело бы радиус в N раз меньше настоящего:

$$r = \frac{7 \cdot 10^{10}\text{см}}{4.8 \cdot 10^{22}} = 1.5 \cdot 10^{-12} \text{ см.}$$

Таким образом, отношение размеров Солнца в данном масштабе и протона составляет

$$\frac{1.5 \cdot 10^{-12}}{10^{-13}} \approx 15.$$