



XXIV Санкт-Петербургская
астрономическая олимпиада
отборочный тур, решения

2017
2 декабря
16 января

9 класс

1. Комета пролетела мимо Солнца по орбите с перигелийным расстоянием 0.5 а.е. С какой минимальной скоростью она должна была двигаться относительно Солнца в момент прохождения перигелия, чтобы больше никогда не вернуться к Солнцу?

Решение (8 баллов):

Чтобы комета не вернулась, необходимо, чтобы она, пролетев мимо Солнца, ушла из Солнечной системы. Для этого скорость кометы в перигелии орбиты должна быть не меньше, чем параболическая (она же 2-я космическая) для соответствующего расстояния.

Оценить параболическую скорость можно разными способами, наиболее простой из них следующий. Известно, что скорость движения по круговой орбите (или 1-я космическая) $v_1 = \sqrt{GM/r}$, где G — гравитационная постоянная, M — масса притягивающего центра (в нашем случае Солнца), r — радиус орбиты. Для дальнейшего существенно, что $v_1 \propto r^{-1/2}$. Параболическая скорость связана с круговой на том же расстоянии как $v_{II} = \sqrt{2} v_1$.

Орбитальная скорость Земли (круговая для $r = 1$ а.е.) примерно равна 30 км/с. Поэтому круговая скорость на расстоянии 0.5 а.е. от Солнца будет в $\sqrt{2}$ раз больше, а параболическая там же — еще в $\sqrt{2}$ раз больше. Следовательно, минимально необходимая скорость кометы составит $30 \cdot \sqrt{2} \cdot \sqrt{2} = 60$ км/с.

2. Оцените среднюю плотность Миранды, если ее средний радиус составляет 235 км, а время падения с обрыва высотой 20 км на ее поверхности составляет 12 минут.

Решение (8 баллов):

Поскольку высота, с которой происходит падение, на порядок меньше радиуса Миранды, будем считать движение при падении равноускоренным. Тогда высота $h = gt^2/2$, где t — время падения, g — ускорение свободного падения. Отсюда $g \approx 0.08$ м/с² и, поскольку форма Миранды слабо отличается от шара, $g = \frac{GM}{R^2} = \frac{4}{3}\pi GR\rho$, откуда получаем плотность $\rho = 1.2$ г/см³.

3. Видно ли невооруженным глазом звездное скопление, состоящее из 10 тысяч одинаковых звезд, звездная величина каждой из которых равна $+15^m$?

Решение (8 баллов):

Известно, что при изменении блеска в 100 раз, звездная величина меняется на 5^m . Следовательно, скопление, которое в 10 тысяч (т.е. в 100×100 раз) ярче отдельной звезды, имеет звездную величину на 10^m меньше, чем каждая его звезда. Тогда общая звездная величина такого скопления равна $15^m - 10^m = 5^m$. Так как предельная звездная величина, доступная невооруженному глазу, равна 6^m , то скопление будет видно невооруженным глазом, как слабая звездочка.

Можно также решить задачу «в лоб», используя формулу для разности звездных величин: $m_{СК} - m_{ЗВ} = -2.5 \lg(E_{СК}/E_{ЗВ})$.

4. Однажды, находясь в Калькутте, любитель астрономии увидел, что он солнечным днем... не отбрасывает тени! Назовите с точностью до месяца, когда это могло быть, если известно, что широта Калькутты $22^{\circ}50'$ с.ш.

Решение (8 баллов):

Предположение о том, что любитель астрономии является вампиром или привидением, мы рассматривать не будем, так что остается предположить, что в этот момент Солнце находилось в зените. Посмотрев на широту Калькутты, можно обнаружить, что город располагается почти на северном тропике (широта которого $23^{\circ}26'$ с.ш.), т.е. полуденное Солнце в нем может оказаться в зените практически только в день летнего солнцестояния. Следовательно, описанная ситуация случилась в июне.

5. Поле зрения телескопа составляет $2^{\circ}.6 \times 2^{\circ}.6$. Какое минимальное количество снимков потребуется сделать на данном телескопе, чтобы полностью сфотографировать скопление галактик в созвездии Волосы Вероники, если данное скопление расположено на расстоянии около 99 Мпк и имеет диаметр примерно 17 Мпк?

Решение (8 баллов):

Сначала определим угловые размеры скопления. Его Угловой диаметр равен $d = 2 \operatorname{arctg}(D/2r) \approx D/r = 0.17$ радиан или 10° . Для оценки количества снимков представим, что исследуемая область скопления представляет квадрат со стороной 10° . Снимки также будем располагать вдоль сторон квадрата. Тогда количество снимков равно $N = n \cdot n$, где n — количество снимков, уместяющихся вдоль стороны квадрата, округленное в большую сторону. $n = [d/2^{\circ}.6] + 1 = 4$, поэтому всего потребуется $4 \cdot 4 = 16$ снимков.