

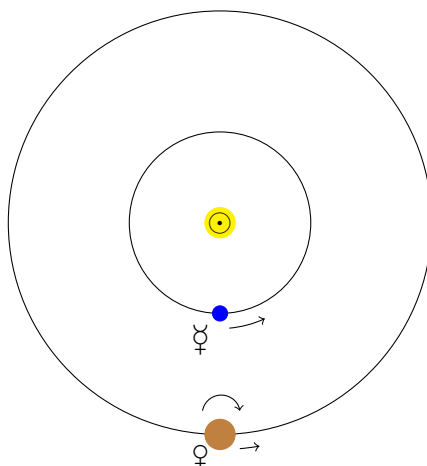
5–6 классы

1. Житель Северного полушария Венеры наблюдает прохождение Меркурия по диску Солнца. В какую сторону будет двигаться Меркурий по диску? Почему?

Решение (8 баллов):

Все планеты Солнечной системы движутся вокруг Солнца против часовой стрелки, если смотреть с северного полюса. Так как наблюдатель располагается в Северном полушарии Венеры, то планеты для него будут двигаться слева направо. Вследствие суточного вращения Венеры как Солнце, так и Меркурий движутся по небу практически с одинаковой скоростью, так что движение Меркурия по диску Солнца будет происходить только за счет движения планет по их орбитам вокруг Солнца. Меркурий движется вокруг Солнца быстрее, чем Венера, так что в момент прохождения он будет ее «обгонять». Следовательно, двигаться по диску Солнца он будет в том же направлении, в котором планеты движутся по орбитам, т.е. слева направо.

Известно, что Венера, в отличие Земли, вокруг своей оси вращается в направлении, противоположном направлению ее движения по орбите вокруг Солнца, т.е. по часовой стрелке, если смотреть с Северного полушария. Небо на Венере при этом вращается, в отличие от неба на Земле, против часовой стрелки, т.е. справа налево, если смотреть на Солнце в северном полушарии. Меркурий, таким образом, пойдет по диску Солнца в направлении, противоположном вращению неба.



Если же задаться вопросом, на восток или на запад пойдет Меркурий по диску Солнца для наблюдателя в Северном полушарии Венеры, то ответ на него упрется в определение востока и запада для Венеры.

Если определять восток на Венере как то направление, откуда Солнце встает, а запад — куда заходит, то Венера, как и Земля, вращается с запада на восток. Небо на Венере при этом вращается с востока на запад. Меркурий, в таком случае, пойдет по диску Солнца с запада на восток.

Если же считать, что направления на восток и на запад на Венере совпадают с таковыми для всей Солнечной системы, т.е. с земными (как, например, делается в компьютерных планетариях), то Венера будет вращаться с востока на запад, а ее небо — с запада на восток. В этом случае Меркурий пойдет с востока на запад.

2. «Суперлунием» иногда называется ситуация, когда Луна во время полнолуния оказывается ближе всего к Земле. В некоторый момент Луна в момент новолуния оказалась в апогее. Будет ли ближайшее полнолуние «суперлунием»? Поясните свой ответ.

Решение (8 баллов):

Апогей — самая далекая точка эллиптической орбиты Луны от Земли. Так как эллипс — фигура симметричная, то после апогея Луна придет в перигей, т.е. наиболее близкую к Земле точку ее орбиты, через половину истинного периода обращения Луны вокруг Земли, так называемого сидерического месяца¹.

Полнолуние же после новолуния наступит через половину периода смены фаз Луны, так называемого синодического месяца, который примерно на 2 суток больше сидерического.

Следовательно, дойдя до перигея Луна еще не достигнет полнолуния, а полнолуние случится тогда, когда Луна уже уйдет из ближайшей к Земле точки орбиты. Конечно, Луна при этом тоже будет выглядеть довольно большой на небе, но «суперлуния» не будет.

3. Некоторые особо запасливые люди сохраняют старые календари для повторного их использования, когда распределение дат дней в году по дням недели снова повторится. Как Вы думаете, каким может быть максимально возможный срок хранения календаря до первого повторного использования? Определите год из XXI века, календарь которого для повторного использования придется хранить настолько долго, если известно, что 1 января этого года — суббота.

Решение (8 баллов):

Распределение дат по дням недели в некотором году полностью задается двумя параметрами: днем недели, соответствующим 1 января, и тем, является год високосным или невисокосным.

Очевидно, что и для високосных, и для невисокосных годов повторение дня недели 1 января случится самое позднее на восьмой по счету год того же типа от текущего: семь предыдущих годов могут начинаться в разные дни недели, но в восьмой какой-то из этих дней вынужден будет повториться. Следовательно, если искомый год является невисокосным, то самое позднее через 10 лет календарь обязательно повторится (между идущими подряд 8 невисокосными годами могут оказаться еще 3 високосных года). Если же искомый год — високосный, то повторение произойдет не позже, чем через $7 \times 4 = 28$ лет. Заметим, кстати, что и не раньше: если бы какой-то день недели 1 января повторился бы быстрее, то и дальше все календари повторялись бы с меньшим, чем 28-летний, циклом, а это означало бы, например, что високосные годы не могут начинаться с некоторых дней недели.

Является ли это максимально возможным сроком? Наверное, нет — хотя бы потому, что ответ на второй вопрос задачи в таком случае явно не будет единственным: в 100 лет периоды по 28 лет укладываются три раза, так что подходящих ответов будет как минимум три (а то и четыре).

Для увеличения срока ожидания надо вспомнить об особенностях устройства григорианского календаря, в котором 2100 год високосным не является. Тогда восьмой по счету

¹Строго говоря, это не совсем так. Период между двумя последовательными прохождением Луны через перигей ее орбиты называется аномалистическим месяцем, и он длиннее сидерического примерно на 5 с половиной часов, однако в данном случае нас интересует продолжительность периода с точностью до суток, поэтому такой разницей можно пренебречь.

високосный год после некоторого наступит не через 28 лет, а через 32 и, кроме этого, порядок чередования дней недели 1 января за счет невисокосности 2100 года собьется, в результате чего повторение календаря, возможно, удастся еще немного оттянуть. Следовательно, нам нужно найти какой-то високосный год, находящийся в последней трети XXI века.

Дальше действуем просто перебором. Известно, что каждый очередной невисокосный год день недели, соответствующий 1 января, сдвигается на единицу вперед, а в високосном году сдвиг происходит на два дня недели. Следовательно, в обычной ситуации день недели, с которого начинается следующий високосный год, сдвигается на пять дней вперед (или на два — назад, что одно и то же) по сравнению с предыдущим. 2017 год, как многие помнят, начался в воскресенье, следовательно, 2016 — в пятницу. Следовательно, $2016 + 28 + 28 = 2072$ год также начался в пятницу. Составим табличку дней недели первого января високосных годов последней трети XXI века, двигаясь от найденного нами 2072 года назад и вперед:

Год	День недели
2068	воскресенье
2072	пятница
2076	среда
2080	понедельник
2084	суббота
2088	четверг
2092	вторник
2096	воскресенье

Видно, что 2068 год уже можно было бы и не учитывать (через 28 лет после него XXII век еще не начался). Заодно можно заметить, что мы, по-видимому, уже получили второй ответ: из потенциальных кандидатов в субботу начинается только 2084 год. Осталось понять, сколько придется хранить его календарь.

2100 год начнется в пятницу. Но високосным он не будет, поэтому 2104 год начнется не в среду, а во вторник. Дальше чередование сохраняется:

Год	День недели
2104	вторник
2108	воскресенье
2112	пятница
2116	среда
2120	понедельник
2124	суббота

Отсюда видно, что, во-первых, максимальный срок хранения календарей оказался равен 40 годам, во-вторых, в XXI веке настолько «неудачных» годов пять, но в субботу начинается только один из них — уже найденный нами 2084 год.

4. Сегодня Луна покрыла Альдебаран (α Тельца). В какой фазе она при этом находилась? Известно, что в марте Луна опять покроет Альдебаран. В какой фазе она при этом будет?

Решение (8 баллов):

Сегодня — 5 февраля. Солнце в созвездии Тельца будет в конце мая — начале июня, т.е. примерно через 4 месяца. Таким образом, угловое расстояние на небе от Луны до Солнца сейчас около $4 \cdot (360/12) = 120^\circ$, причем Когда угол между Луной от Солнцем на небе прямой, т.е. 90° , освещена половина диска и Луна в первой четверти. Когда угол развернуты, т.е. 180° , то диск освещен целиком и Луна — полная. Это значит, что сегодня

освещено больше половины диска, (примерно на одну треть от оставшейся половины), следовательно Луна растущая, чуть больше первой четверти.

В следующий раз Луна покроет Альдебаран ровно через то время, которое ей требуется, чтобы завершить оборот вокруг Земли относительно звезд. Это время равно 27.3 суток. Для того, чтобы полностью повторилась фаза Луны, необходимо чуть большее время — так называемый синодический месяц — 29.5 суток. То есть к мартовскому покрытию Луна «не дойдет» до фазы, при которой было февральское покрытие, примерно 2 суток, следовательно она будет располагаться на небе ближе к Солнцу, на $2 \cdot (360^\circ/29.5) \approx 24^\circ$. С той точностью, с которой мы выполняем оценки положения Луны, можно считать, что она будет практически ровно в первой четверти.

Так как путь Солнца по созвездию Тельца занимает около месяца, то точное определение углового расстояния на небе между Луной и Солнцем 5 февраля выходит далеко за рамки задачи для 5-6 классов. Таким образом, будет оцениваться не ответ в виде точной фазы, а общий ход рассуждений и ответ, не противоречащий им.

5. Нейтрино, прилетевший к Земле от сверхновой, вспышка которой наблюдалась в феврале 1987 года, пролетел сквозь Землю и полетел дальше. Считая, что нейтрино движется со скоростью света, оцените расстояние в километрах, на которое он к настоящему времени удалился от Земли.

Решение (8 баллов):

Если вспышка сверхновой наблюдалась 30 лет назад, а нейтрино летит со скоростью света, то он также прилетел к Земле 30 лет назад. Значит, к настоящему моменту он удалился от Земли на 30 световых лет. Скорость света равна 300 тысяч км/с. Число секунд в году можно оценить так: $365 \cdot 24 \cdot 60 \cdot 60 \approx 32$ миллиона секунд. Следовательно за 30 лет нейтрино удалился от Земли на: $30 \cdot 32 \cdot 300 \approx 290\,000$ миллиардов км, т.е. на 290 триллионов км или примерно $3 \cdot 10^{14}$ км.