



XXIII Санкт-Петербургская
астрономическая олимпиада
практический тур, решения

2016
13
марта

5–6 классы

Вам дана серия негативных снимков, сделанных у горы Корковаду (Рио-де-Жанейро, Бразилия). Оцените расстояние до статуи Христа-Искупителя и промежуток времени между первым и последним снимком. Высота статуи — 38 м; размах рук — 28 м. Чем может быть объект, видимый у правого края Луны? Радиус Луны примерно равен $1/4$ радиуса Земли, а расстояние от Земли до Луны равно 60 земным радиусам.



Решение (20 баллов):

Очевидно, что фотограф располагается далеко и от статуи, и от Луны (по сравнению с их истинными размерами). Тогда можно считать, что видимые размеры как Луны, так и статуи пропорциональны их истинным размерам и обратно пропорциональны расстоянию до них.

В качестве размера статуи возьмем размах ее рук, так как измерить его проще, чем высоту статуи, а результат получится точнее. Обозначим ρ_C — видимую длину размаха рук статуи, $l_C = 28$ м — его истинную длину, r_C — искомое расстояние до статуи, ρ_L — видимый диаметр Луны, D_L — истинный диаметр Луны и r_L — расстояние от фотографа до Луны.

Тогда можно записать, что

$$\frac{\rho_L}{\rho_C} = \frac{D_L}{l_C} \cdot \frac{r_C}{r_L},$$

откуда легко выразить искомое расстояние:

$$r_C = \frac{\rho_L}{\rho_C} \cdot \frac{l_C}{D_L} \cdot r_L. \quad (1)$$

Осталось подставить числа. Так как в формуле фигурируют отношения, то неважно, в каких единицах измерять нужные величины. Главное, чтобы в числителе и знаменателе каждого

отношения стояли величины, измеренные в одинаковых единицах. Например, видимые размеры статуи и Луны на рисунке удобно измерять в миллиметрах. Истинные размеры Луны придется взять в метрах, так как размеры статуи нам даны в метрах. Расстояние от Луны до фотографа можно считать равным расстоянию от Земли до Луны и взять его в километрах. Тогда и расстояние до статуи получится в километрах, что вполне естественно, т.к. очевидно, что статуя располагается довольно далеко от фотографа.

Однако, размеры Луны нам даны не в метрах, а расстояние до нее не в километрах. Конечно, если помнить радиус Земли, то и то, и другое можно перевести в метры и километры. Но гораздо лучше, пользуясь свойствами умножения и деления, упростить вычисления. Перепишем полученную нами выше формулу (1) в следующем виде:

$$r_C = \frac{\rho_{\zeta}}{\rho_C} \cdot \frac{r_{\zeta}}{D_{\zeta}} \cdot l_C.$$

Теперь видно, что мы можем измерять в одинаковых единицах расстояние до Луны и ее диаметр, как нам и дано в условии (главное, не забыть, что диаметр — это 2 радиуса), а искомое расстояние получим в единицах измерения размера статуи, т.е. в метрах, что нас вполне устроит.

Подставим же числа. Измерения на графике дают, что $\rho_{\zeta} \approx 17$ мм, а $\rho_C \approx 12$ мм. Тогда:

$$r_C = \frac{17}{12} \cdot \frac{60}{2/4} \cdot 28 \approx 5000 \text{ м} = 5 \text{ км}.$$

Теперь оценим время. Видно, что Луна садится практически вертикально, что примерно и должно быть в тропических широтах (Рио-де-Жанейро лежит почти точно на южном тропике). Проведя на снимке две параллельных линии: одну через центр диска Луны на первом снимке, другую — на последнем, можно измерить расстояние, которое за время, прошедшее между первым и последним снимками прошел центр диска Луны. Оно оказывается практически равным видимому диаметру диска Луны. Угловой диаметр диска Луны на небе Земли составляет примерно $0^{\circ}.5 = 30'$. Оценим скорость (угловую) движения Луны по небу. Основное движение Луны — это движение вместе со всем небом вследствие вращения Земли вокруг своей оси. В принципе, Луна еще и движется вокруг Земли по орбите, что также приводит к перемещению ее по небу. Но, так как полный оборот она совершает примерно за 27 суток, то скорость этого движения примерно в 27 раз меньше, чем скорость, связанная с вращением Земли, так что собственным движением Луны при оценке времени мы можем пренебречь. Земля делает полный оборот в 360° за 24 часа (здесь мы опять пренебрегаем малой разницей между так называемыми солнечными сутками и истинным периодом вращения Земли (см. задачу № 3 теоретического тура)). Тогда за 1 час Земля повернется на 15° , а за 1 минуту — на $15'$. Следовательно, искомое время равно примерно 2 минутам.

Взаимное положение Луны и яркой точки справа за искомое время не изменилось. Значит, эта точка — также небесный объект, причем расположенный довольно далеко, т.е. не искусственный спутник Земли. При этом она яркая, так как на фотографии получилась в виде кружочка заметного размера. С наиболее яркими звездами земного неба Луна никогда на небе рядом не бывает. Так что, видимо, это какая-то планета. Меркурий, а также Сатурн и более далекие планеты никогда не бывают очень яркими, так что их можно сразу исключить. Если бы в таком положении оказался Марс, то, так как Луна близка к новолунию, это означало бы, что он расположен на небе довольно близко к Солнцу. Тогда Марс на орбите был бы расположен по другую сторону от Солнца относительно Земли, и, следовательно, сравнительно далеко от нее. В таком случае Марс окажется довольно слабым и, следовательно, его тоже можно исключить. Остаются Венера и Юпитер, которые всегда достаточно яркие. Сделать окончательный выбор между ними по этой фотографии нельзя (хотя на самом деле известно, что это Венера).