XXIII Санкт-Петербургская астрономическая олимпиада

практический тур, решения

2016

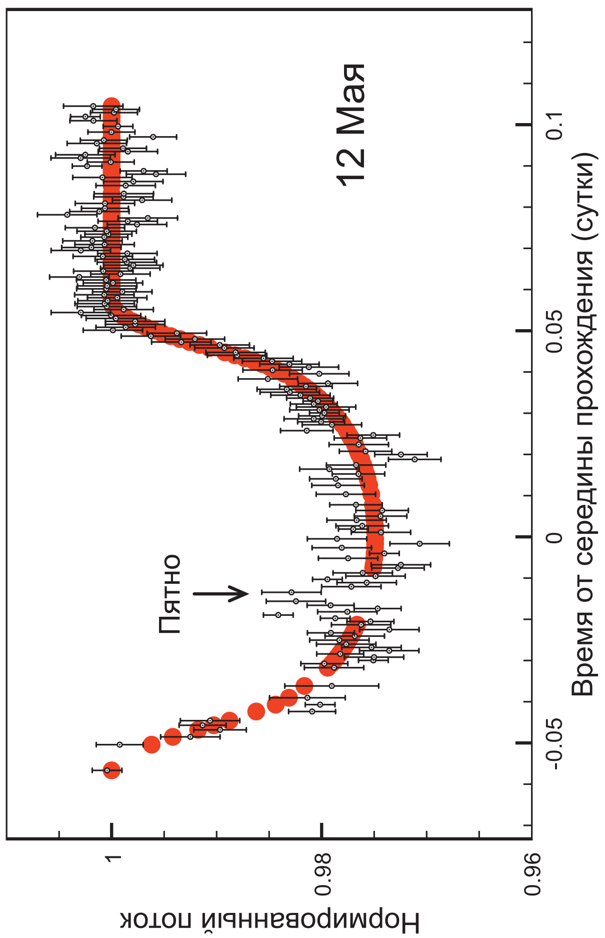
13 марта

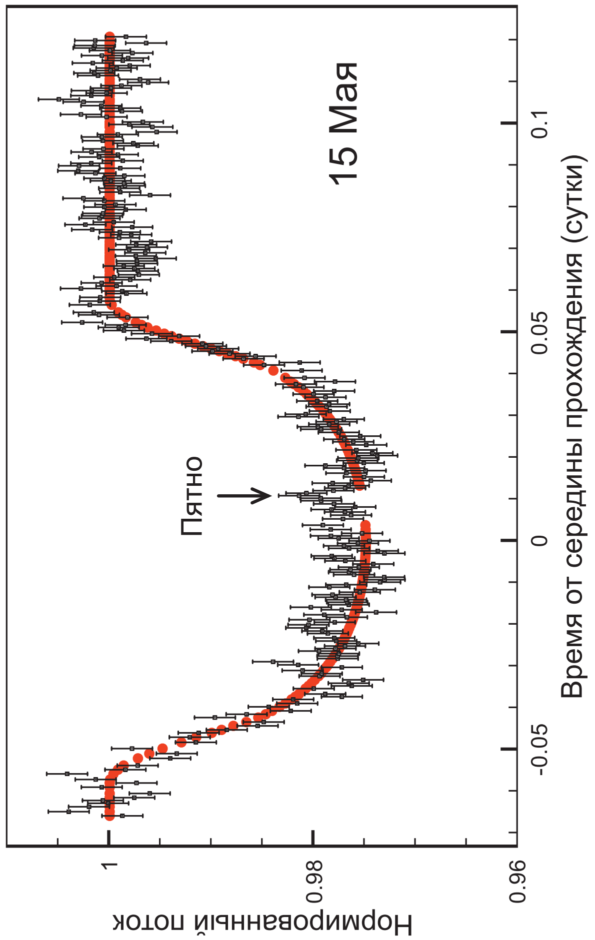
10 класс

Вам даны две кривых блеска, полученных при затмениях некоторой звезды ее планетой. На каждом из графиков видно прохождение планеты по пятну на диске этой звезды (пометка «пятно»). Известно, что видимая звездная величина звезды составляет $m = 11^m.8$, она принадлежит к классу K0 V и ее радиус — 0.57 радиусов Солнца. Орбитальный период планеты составляет 3.03 суток, диаметр планеты в 1.8 больше диаметра Юпитера, а ее геометрическое альбедо равно 0.5.

Оцените, на какое максимальное угловое расстояние планета может удаляться от звезды для наблюдателя с Земли. Оцените температуру планеты. Определите период оборота звезды (на экваторе) вокруг своей оси и ее среднюю плотность.

Прохождение планеты по диску звезды считать центральным, а ее орбиту — круговой.





Решение (20 баллов):

Нам дана звезда класса K0 V. Необходимо вспомнить диаграмму Герцшпрунга-Рассела и по ней определить ряд характеристик звезды. Абсолютная звездная величина лежит в пределах от 6^m до 7^m, поэтому для простоты счета возьмем $M = 6.8^m$. Температура звезд подобного класса лежит в пределах от 4500 до 5500 K, так что примем $T = 5 \cdot 10^3$ K.

Теперь можно вычислить расстояние от нас до звезды:

$$M = m - 5\lg D + 5 \qquad \Rightarrow \qquad D = 10^{-(M-m-5)/5} = 100 \text{ парсек.} \tag{1}$$

Из графиков видно, что затмение длится примерно $\Delta P = 0.115$ суток. Это значит, что скорость планеты можно вычислить следующим способом: за время затмения планета проходит диаметр звезды $2R$ и свой диаметр $2r = 3.6R_{♃} = 0.36R_{\odot}$ (радиус Юпитера в 10 раз меньше радиуса Солнца), т.е.:

$$v = \frac{2R + 2r}{\Delta P} = \frac{1.5R_{\odot}}{\Delta P} \tag{2}$$

Также нам известен полный период обращения планеты вокруг звезды $P = 3$ суток, значит, мы можем вычислить и большую полуось орбиты планеты:

$$a = \frac{vP}{2\pi} \approx 11R = 0.03 \text{ а.е.} \tag{3}$$

Определим, насколько планета отходит от своей звезды для наблюдателя с Земли. 1 а.е. с расстояния 1 пк выглядит как 1 угловая секунда, значит, с расстояния 100 пк будет выглядеть как $0.01''$. В условии $a = 0.03$ а.е., значит максимальное угловое расстояние составит $\varphi = 0.0003''$.

Так как температура планеты зависит от расстояния до звезды, то его необходимо вычислить: $d = a - R \approx 10R = 5.7 \cdot 7 \times 10^5$ км $\approx 4 \times 10^6$ км. Очевидно, в данном случае пренебречь радиусом звезды нельзя, т.к. он сравним с большой полуосью орбиты планеты.

Температура планеты t определяется тепловым балансом: поглощенная энергия от звезды нагревает поверхность планеты до некоторой температуры, и она начинает светить как черное тело. По условию альбедо планеты $A = 0.5$. Обозначим освещенность планеты от звезды как $\mathcal{E}$. Тогда планета отражает $A\mathcal{E}$ энергии с единицы своей площади, а остальное поглощает, что и определяет ее равновесную температуру:

$$\begin{gathered} \mathcal{E} = \frac{L}{4\pi d^2} \qquad \Rightarrow \qquad 2\pi r^2(1-A)\frac{L}{4\pi d^2} = 4\pi r^2 \sigma t^4 \qquad \Rightarrow \\ \Rightarrow \qquad t = \sqrt[4]{\frac{(1-A)L}{8\pi\sigma d^2}} = \sqrt[4]{\frac{(1-A)R^2T^4}{2(10R)^2}} = T\sqrt[4]{\frac{0.5}{2\cdot 100}} = \frac{5000 \text{ K}}{\sqrt[4]{20\cdot 20}} \approx \frac{5000 \text{ K}}{4.5} \approx 1100 \text{ K}. \end{gathered} \tag{4}$$

Полученная величина хорошо согласуется с тем фактом, что данная планета — горячий Юпитер.

Теперь, так как мы знаем период обращения планеты, и большую полуось орбиты, то можно вычислить среднюю плотность звезды (в предположении о малости массы горячего Юпитера по сравнению с массой звезды $\mathfrak{M}$) при помощи третьего закона Кеплера:

$$\begin{gathered} \frac{P^2}{a^3} = \frac{4\pi}{G\mathfrak{M}} \qquad \Rightarrow \qquad \mathfrak{M} = \frac{4\pi^2 a^3}{GP^2} \qquad \Rightarrow \qquad \bar{\rho} = \frac{3\mathfrak{M}}{4\pi R^3} = \frac{3\pi a^3}{R^3 G P^2} = \\ = \frac{3\pi \cdot 11^3}{6.67\times 10^{-11}\cdot(3\times 86400)^2} \approx \frac{3\cdot 3.14\cdot 1.3\times 10^{14}}{6.67\cdot 9\cdot 8\times 10^9} \approx \frac{12}{480}\times 10^5 \text{ кг/м}^3 = 2500 \text{ кг/м}^3 \end{gathered} \tag{5}$$

За три дня пятно на поверхности звезды переместилось на некоторый небольшой угол относительно центра звезды (по временны́м координатам: с -0.015 до 0.011 дня). Если предположить, что это перемещение связано исключительно с вращением звезды вокруг своей оси, то, т.к. угол поворота небольшой и близок к центру диска звезды, можно принять, что он пропорционален временно́й координате. То есть угловая скорость вращения составляет

$$\omega = 180^\circ \times \frac{0.026}{0.115} \times \frac{1}{3 \text{ дня}} = 13.6^\circ \text{ / день} = 2.8\times 10^{-6} \text{ рад/с}, \tag{6}$$

что дает полный оборот вокруг своей оси за время:

$$P_0 = 360^\circ/\omega = 26.5 \text{ дней.} \tag{7}$$

Этот результат верен, если предположить, что звезда не успевает совершить полный оборот вокруг своей оси, пока это же делает планета. Обосновать это предположение можно двумя способами. Во-первых, характерные времена оборотов звезды вокруг своей оси примерно соответствуют такому значению, а во-вторых, поворот звезды был бы заметен на графике затмения.