



XX Санкт-Петербургская
астрономическая олимпиада
отборочный тур, решения

2012 – 2013

6 декабря
15 января

11 класс

1. Вега, Денеб, Спика, Сириус, Альтаир. Что лишнее в этом списке? Ответ обоснуйте.

Решение:

Все перечисленные звезды, кроме Сириуса, находятся в северном полушарии. Следовательно, Сириус — южная звезда — лишний.

2. Оцените угловую скорость, с которой вращается труба телескопа на экваториальной монтировке при наблюдении Луны, если известно, что Луна находится на максимально возможном расстоянии от небесного экватора?

Решение:

Вращение телескопа должно компенсировать суточное вращение небесной сферы, а также движение Луны по небесной сфере, связанное с ее обращением вокруг Земли. Оценим соответствующие угловые скорости.

Небесная сфера совершает один оборот за сутки (поскольку Земля за это же время совершает один оборот вокруг своей оси), поэтому угловая скорость вращения небесной сферы составляет $360^\circ/24$ часа. Луна совершает один полный оборот вокруг Земли примерно за месяц, причем направление ее обращения совпадает с направлением вращения Земли вокруг оси (поскольку Луна по условию находится на максимальном расстоянии от небесного экватора, то ее движение по небесной сфере происходит в направлении, параллельном экватору). Поэтому угловая скорость ее движения по небесной сфере примерно в 30 раз меньше угловой скорости вращения небесной сферы и направлена в противоположную сторону. Отсюда получаем, что угловая скорость вращения телескопа составляет

$$\frac{29}{30} \cdot 360^\circ/24 \text{ часа} = 14^\circ.5/\text{час}.$$

При решении можно также учесть то, что период обращения Земли вокруг оси составляет 23 часа 56 минут, а период обращения Луны вокруг Земли (сидерический месяц) — 27.3 суток, однако это практически не изменит ответ, поэтому использование приближенных значений не может считаться ошибкой.

3. Комета движется таким образом, что ее орбита касается орбит Земли и Юпитера (не пересекая их). Определите период обращения кометы вокруг Солнца.

Решение:

Орбиты Земли и Юпитера можно с высокой точностью считать круговыми, причем радиус орбиты Земли составляет 1 а.е., а Юпитера — 5 а.е. Тогда из условия касания орбит обеих планет следует, что на расстоянии 1 а.е от Солнца комета бывает в перигелии своей орбиты, а на расстоянии 5 а.е. — в афелии. Следовательно, $1 + 5 = 6$ а.е. — большая ось орбиты кометы, а 3 а.е. — большая полуось орбиты.

Воспользуемся III законом Кеплера. Для Солнечной системы (если период P выражен в годах, а большая полуось орбиты a — в а.е.) верно равенство

$$P^2 = a^3.$$

Отсюда определяем период кометы $P = 3^{3/2} = \sqrt{27} \approx 5$ лет.

4. При наблюдениях с планеты, обращающейся вокруг некоторой звезды по долгопериодической орбите, видимая звездная величина этой звезды изменяется на 1^m за период. Чему равен эксцентриситет орбиты планеты?

Решение:

Поскольку орбита долгопериодическая, то это означает, что планета в любом случае находится достаточно далеко от звезды и размерами самой звезды при решении задачи можно пренебречь.

Тогда из условия следует, что освещенности, создаваемые звездой на планете, когда та находится в апоастре (α) и периастре (π) своей орбиты, относятся как

$$\frac{E_\pi}{E_\alpha} = 2.512^{\Delta m} = 2.512.$$

Освещенности, создаваемые точечным источником, обратно пропорциональны квадрату расстояния до него, поэтому расстояния в апоастре и периастре относятся как

$$\frac{r_\alpha}{r_\pi} = \sqrt{2.512} \approx 1.6.$$

Так как $r_\alpha = a(1+e)$ и $r_\pi = a(1-e)$ (где a — большая полуось орбиты, e — эксцентриситет), получаем уравнение

$$\frac{1+e}{1-e} = 1.6.$$

Решая его, получаем $e \approx 0.23$.

5. Спектральные линии звезд, наблюдаемых с Земли в оптическом диапазоне, немного смещаются с периодом в 1 год. Оцените максимальное возможное смещение спектральных линий.

Решение:

Смещение линий с таким периодом обусловлено движением Земли вокруг Солнца. Очевидно, что в таком случае максимальные смещения будут наблюдаться для звезд, находящихся в плоскости эклиптики, причем полуамплитуда смещения $\Delta\lambda$ может быть вычислена как

$$\frac{\Delta\lambda}{\lambda} = \frac{v}{c},$$

где v — орбитальная скорость Земли ($v \approx 30$ км/с), c — скорость света, λ — длина волны несмещенной линии. Поскольку линии наблюдаются в оптическом диапазоне, оценим длину волны $\lambda \approx 500$ нм, тогда полная амплитуда смещения линий составит

$$2\Delta\lambda = 2 \cdot \frac{v}{c} \cdot \lambda = 2 \cdot \frac{30}{300000} \cdot 500 \text{ нм} = 0.1 \text{ нм}.$$