XIX Санкт-Петербургская астрономическая олимпиада

теоретический тур, решения

2012

10 марта

---

9 класс

---

1. Где на небесной сфере находятся звезды, расстояния до которых при наземных наблюдениях можно определить со сравнительно более высокой точностью? К каким созвездиям эти звезды принадлежат?

Решение:

Наибольшую точность при определении расстояний дает метод годичного параллакса (определение изменения видимых координат звезды при наблюдении ее из разных точек земной орбиты). Очевидно, что результаты метода будут точнее в том случае, если наблюдения можно будет вести при всех положениях Земли на орбите. Однако для звезд, находящихся недалеко от эклиптики, это невозможно — каждый год в течение некоторого времени рядом с ними на небесной сфере будет находиться Солнце, наблюдать звезды с поверхности Земли при этом невозможно. Поэтому лучшие результаты могут быть получены для звезд, находящихся на наибольшем угловом расстоянии от эклиптики — в окрестности полюсов эклиптики. Ответом на второй вопрос задачи будут созвездия, в которых находятся полюса эклиптики — созвездия Дракона и Золотой Рыбы.

2. 23 января 1999 года был зарегистрирован мощный гамма-всплеск. После определения расстояния до его источника оказалось, что суммарная энергия выделившегося при всплеске излучения составила $3 \cdot 10^{47}$ Дж (в предположении, что излучение было изотропным — одинаковым во всех направлениях). Одним из возможных вариантов объяснения гамма-всплеска является схема, при которой образовавшееся при вспышке обычной сверхновой излучение испускается в узком конусе. Оцените величину угла раскрыва (т.е. угла при вершине) для такого конуса, если у средней сверхновой суммарная энергия излучения составляет $\approx 2 \cdot 10^{42}$ Дж.

Решение:

Энергия, попавшая в конус, относится к предполагаемой общей энергии излучения так же, как площадь, вырезаемая конусом на небесной сфере — к общей площади небесной сферы. Учитывая, что общая площадь небесной сферы составляет около $4{\cdot}10^4$ квадратных градусов, получаем, что площадь, вырезаемая конусом, равна

$$S = 4 \cdot 10^4 \cdot \frac{2 \cdot 10^{42}}{3 \cdot 10^{47}} \approx 0.3 \text{ квадратных градуса.}$$

Так как площадь круга радиуса R равна $S = \pi R^2$, угол раскрыва составляет

$$2R = 2\sqrt{\frac{S}{\pi}} \approx 0^\circ\!.6$$

3. Известно, что когда Вега находится в зените, от нее на каждый квадратный сантиметр поверхности земли приходит около 10^6 фотонов за секунду. Оцените, сколько фотонов за одну секунду приходит на главное зеркало космического телескопа им.Хаббла (HST) от объекта с видимой звездной величиной $+30^m$. Диаметр главного зеркала HST составляет 2.4 метра.

Решение:

Известно, что уменьшение освещенности (в частности, количества фотонов, падающих за единицу времени на единицу площади) на два порядка эквивалентно увеличению видимой звездной величины на 5^m. Следовательно, так как блеск Веги и наблюдаемого на HST объекта отличаются на 30^m, освещенность, создаваемая объектом¸ меньше освещенности от Веги в 10^{12} раз. Поглощением излучения Веги в атмосфере мы пренебрежем ввиду его малости (блеск Веги из-за него возрастает примерно на $0^m.2$).

Таким образом, на каждый квадратный сантиметр зеркала HST от нашего объекта прилетает в среднем $E = 10^{-6}$ фотонов в секунду. Вычислим площадь зеркала $S = \pi R^2 \approx 3 \cdot (120)^2 \approx 4 \cdot 10^4$ см^2. Тогда общее количество фотонов, падающих на зеркало за секунду, равно $N = S \cdot E = 4 \cdot 10^{-2}$. Пожалуй, тогда удобнее говорить о числе фотонов не в секунду, а в минуту (за которую на зеркало падает 2–3 фотона).

Интересно, что, несмотря на столь мизерное количество света, такие объекты на HST наблюдать все же удается. Правда, для получения изображения в таких случаях приходится долго — до нескольких суток — накапливать фотоны, приходящие от объектов.

4. В фильме «Про Красную Шапочку» Звездочет пел песню с такими словами:

> А на Луне, на Луне
> На голубом валуне
> Лунные люди смотрят, глаз не сводят,
> Как над Луной, над Луной
> Каждую ночь шар Земной
> Очень красиво всходит и заходит.

Как Вы думаете, может ли на Луне восходить и заходить Земля? Если да — может ли это происходить каждую ночь? Если это все-таки возможно, укажите примерные селенографические координаты областей на Луне, где можно наблюдать подобное зрелище. Имейте в виду, что селенографическая долгота отсчитывается от нулевого меридиана, проходящего через центр лунного диска во время кольцеобразного солнечного затмения.

Решение:

Первый напрашивающийся ответ — Луна всегда повернута к Земле одной стороной, соответственно, для наблюдателя на Луне Земля всегда находится в одной точке (в т.ч. возможно и под горизонтом), так что ее восход и заход наблюдать нельзя. В первом приближении этот ответ правдоподобен. Однако в действительности ситуация несколько сложнее.

Орбита Луны не является строго круговой. Вследствие II закона Кеплера орбитальная скорость Луны будет больше средней, когда она находится в окрестности перигея своей орбиты, и меньше средней — в окрестности апогея. В то же время угловая скорость вращения Луны вокруг своей оси постоянна. Поэтому при движении по орбите вращение Луны вокруг своей оси то немного обгоняет, то немного отстает от вращения вокруг Земли, вследствие чего Луна для наземного наблюдателя будет немного «покачиваться» вправо-влево (такое колебание называют либрацией по долготе), а Земля для наблюдателя на Луне, соответственно, будет перемещаться вдоль некоторого отрезка на небе.

Кроме этого, орбита Луны наклонена по отношению к плоскости лунного экватора. Из-за этого Луна для земного наблюдателя будет «покачиваться» в вертикальном направлении (это еще один вид либрации — либрация по широте), а Земля на лунном небе будет совершать периодические движения вверх-вниз. Последнее явление, по сути, очень похоже на годичное смещение Солнца на земном небе из-за наклона земного экватора к плоскости эклиптики (из-за которого на Земле существует смена времен года).

Таким образом, получается, что Земля, в среднем находящаяся для наблюдателя на Луне на одном и том же месте неба, совершает вокруг него какие-то периодические движения с некоторой амплитудой (ее величина $\approx 8^\circ$). Если при этом среднее положение Земли для данной точки на Луне окажется рядом с горизонтом, то восход и заход Земли станет вполне реальным. Из сказанного выше следует, что точки, в которых может наблюдаться восход и заход Луны, должны находиться на краях видимого диска Луны (а также отчасти и за этими краями).

Теперь решим вопрос о координатах. Лунный экватор, очевидно, должен проходить примерно через центр диска Луны, иначе либрация по широте была бы намного более заметной (положение «морей» на полной Луне в разные полнолуния было бы разным). Нулевой меридиан по крайней мере в какой-то момент также проходит через центр видимого диска (что указано в условии), а либрация по долготе также достаточно мала (по той же причине — вид Луны в полнолуние почти не меняется). Следовательно, точки, находящиеся примерно на границе видимого диска, могут иметь произвольные широты, а их долготы должны равняться примерно $\pm 90^0$. Это и есть окончательный ответ задачи.

5. Оцените максимально возможное и минимально возможное значение периода обращения кометы вокруг Солнца.

Решение:

Как известно, период обращения тела вокруг Солнца P, выраженный в годах, и большая полуось его орбиты a, выраженная в астрономических единицах, связаны III законом Кеплера:

$$P^2 = a^3.$$

Минимальный период, соответствующий минимальной большой полуоси орбиты, определяется тем, что комета должна находиться вне Солнца — большая полуось ее орбиты не может быть меньше радиуса Солнца (на самом деле, конечно, и комета, летающая практически по «поверхности» Солнца, просуществует очень недолго, но для оценки такую комету можно рассмотреть). Радиус Солнца, выраженный в астрономических единицах, равен примерно 1/220 а.е. (это значение можно получить, вспомнив, что угловой размер Солнца на небе составляет около $30'$), поэтому минимальный период окажется равным

$$P_{\min} = \left(\frac{1}{220}\right)^{3/2} \approx \left(\frac{1}{15}\right)^3 \approx \frac{1}{3000} \text{ года} \approx 3 \text{ часа}.$$

Максимальный период, соответствующий максимальной большой полуоси орбиты, определяется тем, что комета не должна удаляться от Солнца на расстояние, превышающее расстояние до ближайших звезд. В противном случае в окрестности афелия (наиболее удаленной от Солнца точки орбиты) такая комета будет испытывать существенные возмущения со стороны других звезд и с большой вероятностью улетит от Солнца навсегда. Можно также учесть, что наблюдаемые долгопериодические кометы движутся по очень сильно вытянутым орбитам, поэтому максимальное расстояние, на которое они отходят от Солнца, практически равно удвоенной большой полуоси орбиты.

Ближайшая от Солнца звезда (α Центавра) находится на расстоянии 1.3 пк, поэтому примем в качестве оценки максимально возможной большой полуоси $a = 0.5$ пк. Поскольку в 1 парсеке содержится примерно $2 \cdot 10^5$ астрономических единиц (по определению столько же, сколько секунд в радиане), то это означает, что максимально возможный период можно оценить как

$$P_{\max} = (10^5)^{3/2} = 10^{7.5} \approx 3 \cdot 10^7 \text{ лет} = 30 \text{ млн.лет.}$$