XIX Санкт-Петербургская астрономическая олимпиада

практический тур, решения

2012

11 марта

11 класс

Христиан Гюйгенс в середине XVII века впервые измерил угловые размеры дисков планет, в частности, Сатурна. Он знал также период обращения Сатурна вокруг Солнца и, конечно, то, что блеск Сатурна примерно такой же, как у ярких звезд. Отсюда он сумел получить правильную по порядку величины оценку расстояний до ближайших звезд (в астрономических единицах — чему равна сама астрономическая единица, в то время известно было еще очень плохо).

Ваша задача:

A) восстановить информацию, которую знал Гюйгенс;

B) разработать и описать метод оценки расстояний до звезд, использованный Гюйгенсом;

C) воспользоваться методом и оценить расстояние до ближайших звезд;

D) оценить точность результата, который мог быть получен этим методом в середине XVII века.

Решение:

Как следует из условия, Гюйгенс мог определить угловую площадь дисков планет, а также Солнца (поскольку это более простая задача). Известен был также III закон Кеплера, поэтому был известен и радиус орбиты Сатурна в астрономических единицах. Кроме этого, Гюйгенс знал понятие освещенности и то, как освещенность, создаваемая объектом, зависит от расстояния. Наконец, было известно, что планеты не являются самосветящимися телами и светят за счет рассеяния солнечного света.

Пусть радиус орбиты Сатурна равен a, а его собственный радиус — R, причем обе величины выражены в астрономических единицах. Обозначим светимость Солнца L и будем считать, что у близких ярких звезд светимость такая же.

Тогда освещенность, создаваемая Солнцем на Сатурне, окажется равной

$$E_{♄} = \frac{L}{4\pi a^2},$$

а светимость Сатурна (считая его альбедо близким к единице) можно оценить как

$$L_{♄} = E_{♄} \cdot \pi R^2 = \frac{LR^2}{4a^2}.$$

Тогда из условия, что блеск Сатурна (для определенности — в противостоянии) и блеск звезды совпадают, получаем утверждение:

$$\frac{LR^2}{4a^2 2\pi(a-1)^2} = \frac{L}{4\pi r^2},$$

где r — расстояние до звезды в а.е. Отсюда

$$r = \frac{\sqrt{2}a(a-1)}{R}.$$

Мы (в отличие от Гюйгенса) можем оценить радиус Сатурна многими способами — например, можно вспомнить, что Сатурн немного меньше Юпитера по размеру, а затем либо вспомнить размеры Юпитера, либо оценить их с учетом того, что последний имеет плотность, близкую к солнечной, и примерно в 10^3 раз меньше Солнца по массе. В результате получится что-то около 60 тыс. км. Поскольку $a \approx 10$ а.е. (это можно вспомнить или оценить с использованием соотношения Тициуса-Боде и т.п.), то угловой радиус Сатурна в противостоянии

$$\frac{R}{a-1} = \frac{6 \cdot 10^4}{150 \cdot 10^6} \cdot \frac{1}{9} \approx 4 \cdot 10^{-5} \text{ радиана} \approx 10''.$$

Отсюда получаем оценку расстояния

$$r = \frac{\sqrt{2}a(a-1)}{R} = \frac{14}{4 \cdot 10^{-5}} \approx 4 \cdot 10^5 \text{ а.е.} = 2 \text{ пк.}$$

Результат вполне правдоподобен — ближайшая к Солнцу звезда, α Центавра, находится на расстоянии 1.3 пк, однако ее Гюйгенс наблюдать не мог (ее склонение $\delta \approx -60°$), а ближайшая из ярких звезд, Сириус (который Гюйгенс и использовал для оценки), находится на расстоянии 2.6 пк.

Теперь оценим точность результата, которую мог получить Гюйгенс. Можно вспомнить, что это время — начало телескопической астрономии, когда аберрации оптических систем еще не умели устранять, поэтому точные измерения малых угловых расстояний были сложной задачей, и их точность ненамного превышала точность наблюдений глазом в дотелескопическую эпоху. Можно также догадаться, что если Гюйгенс был первым, кому удалось измерить угловые размеры дисков, то, по-видимому, погрешность этого измерения была сравнима с самим измеряемым значением. Поэтому можно считать, что погрешность определения размера (причем в сторону завышения) была тоже около $10''$, т.е. Гюйгенс мог получить угловые размеры дисков, раза в два превышающие реальные. В таком случае оценка расстояния, наоборот, уменьшится в два раза (поскольку радиусы орбит планет в астрономических единицах тогда были известны с существенно большей точностью и их погрешность на погрешность общего результата почти не влияла).