

Решения задач

Районный тур — Санкт-Петербург

7–8 классы

6. Все перечисленные объекты, кроме созвездия, являются реально существующими астрономическими объектами, а созвездие — это область на небесной сфере, произвольно выделенная человеком, объекты которой в общем случае не связаны между собой.

7. Луна движется вокруг Земли, совершая полный оборот примерно за 27 дней (точнее, за 27.3, но мы пренебрежем этой разницей). Вращение Земли вокруг своей оси и обращение Луны вокруг Земли происходит в одну сторону (против часовой стрелки, если смотреть с Северного полюса), но Земля вращается примерно в 27 раз быстрее. За то время, пока Земля совершит полный оборот (на 360°) вокруг своей по отношению к звездам, Луна успеет пройти небольшое расстояние по своей орбите, т.е. по отношению к Луне Земле нужно будет повернуться еще на небольшой угол. Значит, продолжительность земных суток для наблюдателя на Луне немного увеличится. За 27 дней Луна совершит полный оборот вокруг Земли, а Земля **относительно Луны** совершит не 27 оборотов (как относительно звезд), а на один оборот меньше (т.к. ей все время приходится «догонять» Луну), т.е. 26 оборотов. Таким образом, кажущаяся продолжительность земных суток для лунного наблюдателя составит $27/26 = 1 + 1/26 \approx 1,04$ суток (настоящих земных), или около 25 часов.

Можно рассуждать по-другому. Земля вращается (по отношению к звездам) с угло-

вой скоростью $360^\circ/\text{сутки}$, а Луна обращается вокруг Земли (по отношению к звездам) с угловой скоростью $360^\circ/27 \text{ суток}$, причем оба движения совершаются в одну сторону. Значит видимая угловая скорость вращения Земли с Луны (относительная угловая скорость) будет равна разности этих скоростей:

$$\frac{360^\circ}{1 \text{ сутки}} - \frac{360^\circ}{27 \text{ суток}} = \frac{360^\circ}{(27/26) \text{ суток}}, \quad (1)$$

т.е. полный оборот относительно Луны Земля делает за $(27/26)$ суток, или примерно за 25 часов.

Примечания:

1. Уравнение (1) — это так называемое уравнение синодического движения. Синодический период S , т.е. период видимого (кажущегося) движения связан с сидерическими («настоящими») периодами движения объекта T_1 и наблюдателя T_2 следующим образом:

$$\frac{1}{S} = \left| \frac{1}{T_1} - \frac{1}{T_2} \right|.$$

Участники, знакомые с этой формулой, могли ее использовать сразу без вывода.

2. На самом деле период обращения Луны вокруг Земли равен $27.32\dots$ суток, однако, в пределах точности расчетов, это не меняет ответ. Более того, не сильно меняется ответ и в том случае, если взять в качестве периода обращения Луны 30 суток, так что такое решение также будет признаваться правильным.

8. Периметр нашей Галактики можно считать окружностью. Тогда его длина равна

$$L = 2\pi R = 2 \cdot 3.14 \cdot 5 \cdot 10^4 \approx 3 \cdot 10^5 \text{ св. лет.}$$

Следовательно расстояние между двумя соседними звездами Галактики, если их расположить по периметру, будет равно:

$$l = \frac{L}{N} \approx \frac{3 \cdot 10^5}{3 \cdot 10^{11}} = 10^{-6} \text{ св. года,}$$

т.е. одна миллионная св. года.

Световой год — это расстояние, которое свет со скоростью $3 \cdot 10^5 \text{ км/с}$ проходит за год (примерно за $3 \cdot 10^7$ секунд, что нетрудно сосчитать), т.е. примерно 10^{13} км .

Так что расстояние между звездами будет равно приблизительно 10^7 км , или 10 миллионам километров. Это очень маленькое расстояние для мира звезд, оно в 15 раз меньше, чем расстояние от Земли до Солнца. На самом деле звезды в Галактике распределены по всему ее объему и характерное расстояние между звездами — единицы световых лет.

9. Лунное затмение — это ситуация, когда Луна оказывается с противоположной стороны от Солнца относительно Земли и погружается в земную тень. Отсюда следует, что в это время Луна находится в диаметрально противоположной Солнцу точке неба. 21 декабря — день зимнего солнцестояния, в этот день Солнце находится в созвездии Стрельца. Значит

Луна в это время будет в противоположном зодиакальном созвездии, т.е. в созвездии Близнецов. Стоит сказать, что в этот день произойдут покрытия Луной даже двух ярких (примерно 3-й величины) звезд созвездия Близнецов, μ Gem и η Gem.

10. Необходимо понимать, что при календарном счете времени в старом и новом стилях различаются только числа месяца, а не дни недели. Сейчас разница между датами в старом и новом стилях составляет 13 дней, так что 8 ноября 2010 года по старому стилю (или т.н. юлианскому календарю) будет соответствовать 21 ноября 2010 года по новому стилю (григорианскому календарю). Вспомнив, что тур проходил во вторник 30 ноября, легко получить, что 21 ноября было воскресеньем. Теперь, зная, что 8 ноября (по старому стилю) 2010 года было воскресеньем, можно рассчитать день недели для 8 ноября (по старому стилю) 1711 года.

Юлианский календарь для расчетов несколько проще григорианского. В юлианском каждый четвертый год — високосный, т.е. содержит не 365, а 366 дней. В григорианском календаре при счете високосных годов пропускают те целые годы столетий, в которых число сотен не кратно 4, например, 1600 и 2000 годы високосные, а 1700, 1800 и 1900 — нет. Так что будем вести счет по старому стилю (чтобы не учитывать «лишние» невисокосные годы). Каждый невисокосный год заданное число месяца сдвигается на один день недели вперед по отношению к предыдущему году (так как деление 365 на 7 даст в остатке 1), а каждый високосный — на два. Между 1711 и 2010 годами прошло 299 лет, из которых 75 были високосными, а 224 — нет. Таким образом, даты за это время сместились на $224 + 75 \cdot 2 = 374$ дня вперед по дням недели. Понятно, что смещение на 7 дней переводит день недели сам в себя, так что нам нужно найти остаток от деления 374 на 7. Это 3. Так как мы ищем день недели более ранней даты, нам нужно переместиться от воскресенья на 3 дня назад. Таким образом, получаем, что М.В. Ломоносов родился в четверг.

Заметим, что если разделить 299 на 4, получится 74.75. В какую сторону округлять это число, зависит от тех конкретных чисел и годов, разницу между которыми мы считаем. В данном случае следующий 2011 год также не будет високосным, а разница в 300 лет даст число високосных годов ровно 75, следовательно, такое же число и до 2010 года. Если взять 2012 год, который високосный, то число $301/4 = 75.25$ придется округлять в большую сторону, т.к. сам 2012 даст еще один високосный год, т.е. их станет 76.

Можно также действовать и другим путем. Так как в Юлианском календаре дни недели, соответствующие определенным датам, повторяются в точности каждые 28 лет (это наименьшее общее кратное 7 и 4), то можно легко найти ближайший к 2010 году год, являющийся «копией» 1711 года — это 2019 год. В силу изложенных выше соображений каждый очередной обычный год день недели, соответствующий дате 21 ноября, сдвигается на один вперед, а в високосный год — на два. В 2010 году это воскресенье, следовательно, в 2011 — понедельник, 2012 — среда, 2013 — четверг, 2014 — пятница, 2015 — суббота, 2016 — понедельник, 2017 — вторник, 2018 — среда, 2019 — четверг. Следовательно, М.В. Ломоносов родился в четверг.

Районный тур — Ленинградская область

7–8 классы

31. В данном случае представлены созвездия и входящие в них звезды. Однако в паре **Скорпион — Процион ошибка**. Процион — это звезда в созвездии Малого Пса. Следовательно, эта пара лишняя.

32. В момент, когда Марс находится в противостоянии, его расстояние от Земли минимально и равно 0.5 а.е. ($1.5 - 1 = 0.5$). Значит, полный путь, который пройдет радиосигнал равен $2 \cdot 0.5 = 1$ а.е., а это 150 млн. км. Скорость света равна 300 000 км/с. Таким образом, радиосигнал пройдет 150 млн. км со скоростью 300 000 км/с за $t = 1.5 \cdot 10^8 / 3 \cdot 10^5 = 500$ секунд.

33. Когда комета приближается к Солнцу у нее появляется хвост. Хвост образуется из газов и пыли, которые испаряются из ядра кометы под действием солнечного излучения. И чем ближе комета к Солнцу, тем больше и ярче ее хвост. Т.к. комета только приближается к Солнцу, значит раскладывая фотографии в порядке увеличения хвоста кометы можно восстановить порядок, в котором они были сделаны.

34. Кажется, что Земля движется гораздо быстрее. Однако Луна движется вместе с Землей и одновременно вращается вокруг самой Земли, совершая при этом дополнительное движение. При этом, траектория движения Луны будет представлять собой сложную волнообразную линию. Таким образом, **Луна за год пройдет расстояние, большее, чем Земля** за тот же промежуток времени.

35. За 4 часа, за которые спутник облетит Землю, Земля успеет повернуться на $1/6$ полного оборота, т.е. на 60° , и спутнику придется еще догонять ушедшую за это время точку на поверхности Земли. Следовательно, спутник успеет пролететь над одной точкой экватора не 6 раз, как было бы, если бы Земля не вращалась, а только 5 раз за сутки. Проверить рассуждения можно с помощью известной формулы, связывающей синодический и сидерический периоды планеты: синодический период спутника будет равен

$$S = \frac{1}{|1/24 - 1/4|} = \frac{24}{5} = 4.8 \text{ часа, или } \frac{1}{5} \text{ суток.}$$

Так как наблюдения ведутся на экваторе, продолжительность дня и ночи примерно одинакова и составляет около 12 часов. Днем спутник увидеть нельзя, значит, его можно видеть только ночью. Таким образом, за сутки такой спутник можно будет увидеть **только 2 раза**.