

Решения и критерии оценивания

1. За время Δt в двигателе сгорает масса бензина $\mu\Delta t$, выделяя количество теплоты $Q = q\mu\Delta t$. Три четверти этого количества идут на нагревание охлаждающей воды. Если скорость воды в охлаждающей системе v , то за это время через охлаждающую систему протекает масса воды $m = \rho Sv\Delta t$, нагреваясь (по условию) на $\Delta T = 20^\circ$. Поэтому

$$\frac{3}{4} q\mu\Delta t = cm\Delta T = c\rho Sv\Delta t\Delta T$$

Отсюда находим

$$v = \frac{3}{4} \frac{q\mu}{c\rho S\Delta T}$$

Чтобы получить ответ в метрах в секунду, нужно подставлять в эту формулу все величины в системе СИ, в частности,

$$S = 10^{-4} \text{ м}^2, \quad \mu = \frac{0,02}{60} \text{ кг/сек.}$$

Проводя вычисления, получим

$$v = \frac{3}{4} \frac{q\mu}{c\rho S\Delta T} = 1,34 \text{ м/с}$$

Критерии оценивания (максимальная оценка за задачу – 2 балла):

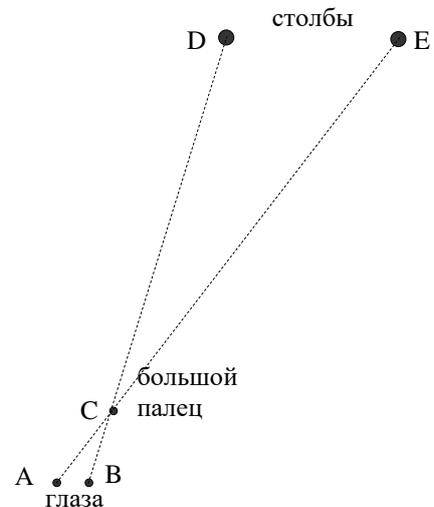
1. **Правильная идея решения – в установившемся режиме нагрев воды в охлаждающей системе обусловлен теплом, полученным при сгорании бензина за вычетом энергии, превращаемой двигателем в работу – 0,5 балла**
2. **Правильное уравнение теплового баланса – 0,5 балла**
3. **Правильный буквенный ответ – 0,5 балла**
4. **Правильный численный ответ – 0,5 балла**

2. Поскольку мальчик стоит лицом к линии электропередачи, то отрезок между его глазами параллелен линии. Поэтому геометрия расположения его глаз, поднятого большого пальца на вытянутой руке такая, как это показано на рисунке (вид сверху). Очевидно, треугольники ABC и CDE подобны. Поэтому отношение их оснований равно отношению высот – т.е. длины руки l к расстоянию от большого пальца до линии электропередач L :

$$\frac{d}{D} = \frac{l}{L}$$

Отсюда находим

$$L = l \frac{D}{d} = 793 \text{ м}$$



Критерии оценивания (максимальная оценка за задачу – 2 балла)

- 1. Правильная идея решения – использование метода параллакса и подобия треугольников - 0,5 балла.**
- 2. Правильная геометрия расположения мальчика, руки, большого пальца и столбов – 0,5 балла.**
- 3. Правильные соотношения подобия – 0,5 балла**
- 4. Правильный ответ (и буквенный, и числовой) – 0,5 балла.**

3. Поскольку условие задает массу одного литра смеси, воды и спирта, то нам заданы их плотности:

$$\rho_{cm} = \frac{M}{V} = 939 \text{ кг/м}^3, \quad \rho_g = \frac{m_g}{V} = 1 \text{ кг/м}^3, \quad \rho_{cn} = \frac{m_{cn}}{V} = 0,729 \text{ кг/м}^3.$$

Обозначим массу воды в смеси - M_g , массу спирта в смеси - M_{cn} . Тогда для массы смеси имеем

$$M = M_g + M_{cn} \quad (*)$$

С другой стороны, поскольку объемы компонент смеси одинаковы, то их массы относятся так же как и плотности воды и спирта

$$\frac{M_g}{M_{cn}} = \frac{\rho_g}{\rho_{cn}}$$

Отсюда находим

$$M_g = \frac{\rho_g}{\rho_{cn}} M_{cn}.$$

В результате из формулы (*) имеем

$$M = M_{cn} \left(\frac{\rho_g}{\rho_{cn}} + 1 \right)$$

Поэтому

$$M_{cn} = \frac{M \rho_{cn}}{\rho_g + \rho_{cn}} = \frac{M m_{cn}}{m_g + m_{cn}} = 396 \text{ г}, \quad M_g = \frac{M \rho_g}{\rho_g + \rho_{cn}} = \frac{M m_g}{m_g + m_{cn}} = 543 \text{ г} \quad (**)$$

Теперь можно найти относительное изменение объема смеси воды и спирта. Из формул (**) находим объемы воды и спирта, которые были смешаны

$$V_{cn} = V_g = \frac{M_{cn}}{\rho_{cn}} = \frac{M}{\rho_g + \rho_{cn}} = 0,543 \text{ л},$$

Таким образом, относительное изменение объема смеси равно

$$v = \frac{V - (V_g + V_{cn})}{V_g + V_{cn}} = \frac{V(m_g + m_{cn})}{2M} - 1 = -0,079$$

То, что относительное изменение объема смеси оказалось отрицательным означает, что объем смеси меньше суммы объемов компонент (приблизительно на 8%).

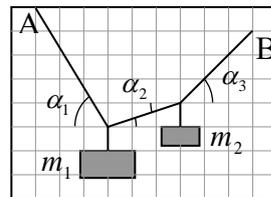
Критерии оценивания (максимальная оценка за задачу – 2 балла)

- 1. Правильная связь массы, плотности и объема – 0,5 балла.**
- 2. Правильная система уравнений для масс компонент смеси воды и спирта – 0,5 балла.**

3. Правильные выражения и числовые ответы для масс воды и спирта – 0,5 балла

4. Правильное выражение и числовые ответы для относительного изменения объема смеси – 0,5 балла.

4. Пусть сила натяжения участка нити от точки А до груза m_1 равна T_1 , между грузами - T_2 , от груза m_2 до точки В - T_3 . Тогда (поскольку силы натяжения нитей, к которым привязаны грузы, вертикальны)



$$T_1 \cos \alpha_1 = T_2 \cos \alpha_2 = T_3 \cos \alpha_3$$

где углы α_1 , α_2 и α_3 - углы между нитями и горизонталью (см. рисунок). Отсюда

$$T_2 = \frac{\cos \alpha_1}{\cos \alpha_2} T_1 \text{ и } T_3 = \frac{\cos \alpha_1}{\cos \alpha_3} T_1$$

Условия равновесия грузов дают

$$m_1 g = T_1 \sin \alpha_1 + T_2 \sin \alpha_2 = T_1 \cos \alpha_1 (\operatorname{tg} \alpha_1 + \operatorname{tg} \alpha_2)$$

$$m_2 g = T_3 \sin \alpha_3 - T_2 \sin \alpha_2 = T_1 \cos \alpha_1 (\operatorname{tg} \alpha_3 - \operatorname{tg} \alpha_2)$$

Отсюда находим

$$\frac{m_1}{m_2} = \frac{\operatorname{tg} \alpha_1 + \operatorname{tg} \alpha_2}{\operatorname{tg} \alpha_3 - \operatorname{tg} \alpha_2}$$

Из рисунка (по клеточкам) находим

$$\operatorname{tg} \alpha_1 = \frac{5}{3}, \operatorname{tg} \alpha_2 = \frac{1}{3}, \operatorname{tg} \alpha_3 = \frac{3}{3}$$

Поэтому

$$\frac{m_1}{m_2} = 3$$

Критерии оценивания (максимальная оценка за задачу – 2 балла)

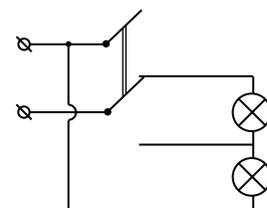
1. Правильные условия равновесия для горизонтальных проекций сил – 0,5 балла.

2. Правильные условия равновесия для вертикальных проекций сил – 0,5 балла.

3. Правильно найдены (из рисунка) тригонометрические функции углов наклона нитей – 0,5 балла

4. Правильный ответ для отношения масс – 0,5 балла.

5. Искомая схема включения двух лампочек так, чтобы при одном переключении двухполюсного выключателя соединение ламп менялось с последовательного на параллельное. Для нахождения изменения освещенности заметим, что при последовательном подключении двух включении одинаковых ламп к идеальному источнику напряжения U к каждой лампе будет приложено напряжение $U/2$.



Поэтому суммарная мощность, выделяющаяся в лампах при последовательном подключении, будет равна

$$P_{\text{посл}} = 2 \frac{(U/2)^2}{R} = \frac{U^2}{2R}$$

где R - сопротивление каждой лампы. При параллельном подключении к каждой лампе приложено напряжение источника U . Поэтому суммарная мощность, выделяющаяся в лампах при параллельном подключении, будет равна

$$P_{\text{парал}} = 2 \frac{U^2}{R}$$

А поскольку по условию вся выделяющаяся в лампах мощность превращается в свет, то отношение освещенностей объекта, даваемых лампами, равно отношению мощностей

$$\frac{W_{\text{посл}}}{W_{\text{парал}}} = \frac{P_{\text{посл}}}{P_{\text{парал}}} = \frac{1}{4}$$

Критерии оценивания (максимальная оценка за задачу – 2 балла)

- 1. Правильно нарисована схема искомой электрической цепи – 1 балл.**
- 2. Правильно использован закон Джоуля-Ленца для выделившейся в лампах энергии – 0,5 балла.**
- 3. Правильный ответ для отношения интенсивностей света и, следовательно, освещенности объекта – 0,5 балла**

6. Пусть имеется стержень, концы которого поддерживаются при температуре t_1 и t_2 ($t_1 > t_2$). Тогда по стержню от конца с большей температурой в направлении конца с меньшей температурой распространяется поток тепла

$$w_{1 \rightarrow 2} = k(t_1 - t_2) \quad (4)$$

где k - коэффициент пропорциональности, зависящий от «геометрии» стержня (длины и площади сечения) и его материала, но не зависящий от температур. Если считать поток тепла в некотором направлении положительным, если тепло распространяется именно в этом направлении, и отрицательным, - если в противоположном, то формула (4) имеет место независимо от соотношения температур его концов. Действительно, если $t_1 > t_2$, тепло распространяется от конца с температурой t_1 к концу с температурой t_2 , и поток, определяемый формулой (4) положительный. Если $t_1 < t_2$, тепло распространяется от конца с температурой t_2 к концу с температурой t_1 , и, следовательно, поток тепла от конца с температурой t_1 к концу с температурой t_2 отрицателен, что и дает формула (4).

Рассмотрим тепловое равновесие системы стержней. В равновесии температура точки D не меняется с течением времени, поэтому поток тепла, приходящего в точку D, равен потоку тепла, уходящего от точки D. Или сумма всех потоков тепла входящих в точку D, должна равняться нулю. Поэтому

$$w_{A \rightarrow D} + w_{B \rightarrow D} + w_{C \rightarrow D} = 0 \quad (5)$$

(какие-то потоки здесь отрицательны). Используя формулу (4), находим

$$w_{B \rightarrow D} = k(t_B - t_D) = k(2t - t_D), \quad w_{C \rightarrow D} = k(t_C - t_D) = k(3t - t_D)$$

где t_D - температура точки D . Для потока тепла от A к D написать формулу $w_{A \rightarrow D} = k(t_A - t_D)$ с тем же коэффициентом пропорциональности нельзя, поскольку стержень AD имеет другую длину. Но этот поток можно найти так. Потоки тепла по стержням AE и ED одинаковы, поскольку в равновесии температура точки E не меняется. Поэтому температура точки E является средним арифметическим температур точек A и D , а разность температур точек E и D ровно вдвое меньше разности температур точек A и D . Поэтому из формулы для потока тепла получаем

$$w_{A \rightarrow D} = w_{A \rightarrow E} = w_{E \rightarrow D} = k(t_E - t_D) = \frac{1}{2}k(t_A - t_D) = \frac{1}{2}k(t - t_D)$$

Поэтому формула (5) дает

$$k(2t - t_D) + k(3t - t_D) + \frac{1}{2}k(t - t_D) = 0$$

Отсюда

$$t_D = \frac{11}{5}t$$

Критерии оценивания (максимальная оценка за задачу – 2 балла)

- 1. Правильная идея решения – использовать условие равенства потоков тепла в точку D – 0,5 балла.**
- 2. Правильное использование закона Фурье для потоков тепла. Доказательство, что для потока тепла по двойному стержню AD коэффициент пропорциональности в законе Фурье вдвое меньше – 0,5 балла.**
- 3. Правильное уравнение теплового баланса точки – 0,5 балла**
- 4. Правильный ответ для температуры точки D – 0,5 балла.**

Оценка работы

Оценка работы складывается из оценок задач. Максимальная оценка работы – 12 баллов. Допустимыми являются все целые или «полуцелые» оценки от 0 до 12.