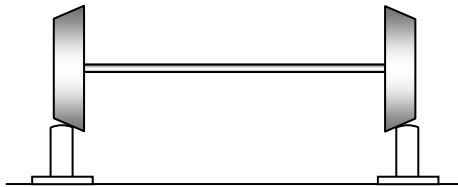
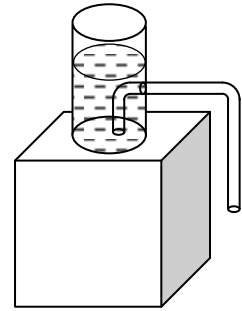


7.5. Второй очный отборочный тур, 2015-2016 учебный год, 9-11 класс

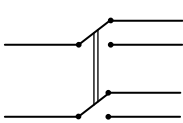
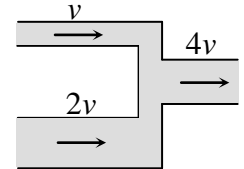
1. (2 балла) На подставке стоит вертикальный стакан. В стенке стакана сделано отверстие, в которое вставлена изогнутая трубка, называемая сифоном (соединение сифона со стаканом – герметичное). Одно колено сифона (внутри стакана) доходит почти до его дна, второе (вне стакана) длиннее первого. В стакан быстро наливают воду выше уровня отверстия так, что за время наливания вода не успевает вытечь через трубку (см. рисунок). Что произойдет далее с водой? Ответ обосновать. Предложите варианты использования такой трубки.



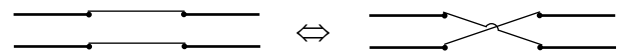
2. (3 балла) Известно, что железнодорожные рельсы делают несколько выпуклыми, колеса поезда насажены на одну ось (колесная пара) и имеют коническую форму, причем их внутренний диаметр больше внешнего (см. рисунок колесной пары на рельсах). Объясните, зачем это делается. Считая, что колеса представляют собой усеченные конусы с углом при вершине

$\alpha = 5^\circ$, расстояние между рельсами составляет $l = 1,5$ м, радиус поворота поезда - $R = 1$ км, радиус колеса $r = 40$ см, оценить смещение колесной пары поезда относительно рельсов, при котором не будет происходить проскальзывание колес по рельсам при повороте.

3. (2 балла) Вода течет по двум соединяющимся трубкам с площадями сечений S и $3S$ со скоростями v и $2v$, и втекает в одну выходную трубу. Скорость воды в выходной трубе - $4v$. Найти площадь поперечного сечения выходной трубы S_1 .



4. (1 балл) Как, имея в своем распоряжении один двухполюсный переключатель на два положения (см. рисунок слева; ключи переключателя переключаются вместе), организовать



одновременное переключение обоих проводов двух двухпроводных линий (рисунок справа)?

5. (2 балла) 2015 одинаковых резисторов соединены последовательно в кольцо. Сопротивление кольца измеряют омметром подключая его к различным точкам соединения сопротивлений кольца. Известно, что максимальное (среди всех возможных подключений омметра) сопротивление кольца оказывается равным R_{\max} . Найти минимальное (ненулевое) показание омметра.

6. (2 балла) Отношение теплоемкостей тел 1, 2 и 3 равно: $C_1 : C_2 : C_3 = 1 : 1 : 2$. Если привести в тепловой контакт тела 1 и 2 установится температура T_1 . Если в тепловой контакт привести тела 1 и 3 (с их первоначальными температурами), установится температура T_2 . Если в тепловой контакт привести тела 2 и 3 (с их первоначальными температурами) установится температура T_3 . Какая установится температура, если в тепловой контакт привести все три тела? Теплопотерь нет.

Ответы и решения

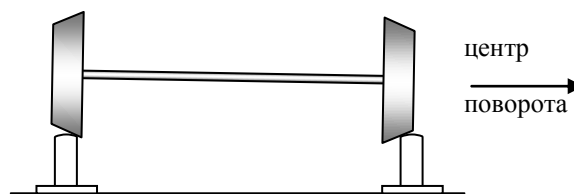
1. Основная идея работы сифона заключается в следующем. Пусть имеется изогнутая трубка с коленами разной длины, одно из которых (короткое) помещено в сосуд с водой, второе находится вне сосуда. И пусть мы каким-то образом заполнили трубку водой без разрывов (см. рисунок). Что будет дальше? Очевидно, атмосферное давление не даст разорваться воде в трубке (другими словами, образоваться в ней пустому пространству). Это значит, что вода в трубке будет вести себя как единое целое. А поскольку вода в длинном колене трубки тяжелее воды в коротком, вода в трубке начнет двигаться в направлении длинного колена. А значит вода в сосуде будет «засасы-

ваться» в трубку (точнее, атмосферное давление, действующее на свободную поверхность воды в сосуде, будет «заталкивать» воду в трубку) и вытекать через длинное колено трубки. Очевидно, этот процесс закончится тогда, когда вся вода вытечет из сосуда (или, точнее, когда уровень воды в сосуде опустится ниже конца трубки).

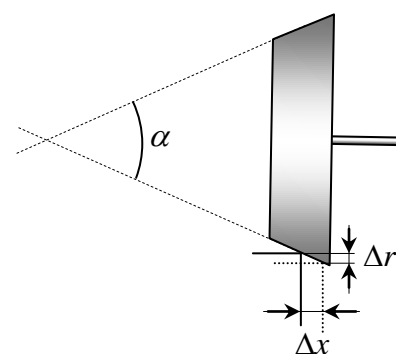
Такой процесс будет проходить в данном в условии сифоне. Когда мы наливаем в стакан воду, заполняет и короткое колено трубки. После того как вода доходит до верхнего края внутренней трубки, она начинает вытекать через нее. И если в сосуд в этот момент продолжают наливать воду, эта вода полностью заполняет трубку – и мы получаем сифон, длиной трубкой которого является внутренняя трубка, короткой – пространство между трубками в сосуде. А это значит, что ВСЯ вода вытечет через трубку из сосуда.

2. Поскольку колеса вращаются одинаково (одна ось вращения), они поворачиваются на один и тот же угол за одно и то же время. Поэтому они имеют одинаковую угловую скорость. Но если колесо не проскальзывает относительно земли (рельса), его угловая скорость его вращения есть $\omega = v/R$, где v - скорость движения центра колеса относительно земли, R - его радиус. Таким образом, если отсутствует проскальзывание колес относительно рельсов, скорость движения колес должна быть одинаковой в любой момент времени. Но это условие заведомо не выполняется при поворотах, когда ближе к центру поворота колесо проходит меньший путь, чем дальнее. Это должно было бы привести (если не предпринимать специальных усилий) к проскальзыванию колес относительно рельса, что вело бы к стиранию колес, уменьшению возможностей управления поездом (поскольку сила трения равнялась бы своему максимальному значению) и ряду других нежелательных явлений.

Для борьбы с проскальзыванием колес поезда при повороте предпринимаются ряд мер, главной из которых является «конусность» колеса (в автомобилях для борьбы с этим явлением «разрывают» ось вращения колес и в ее разрыв ставят специальный шарнир – дифференциал, который позволяет колесам вращаться независимо). При повороте поезд «отбрасывается» от центра поворота инерцией, и колесная пара смещается относительно рельсов в направлении от центра поворота (см. рисунок). А это приводит к тому, что колесо, ближе к центру поворота, вращается по рельсу меньшим радиусом, чем дальнее от центра поворота колесо. Боковой сдвиг колес относительно рельсов в направлении от центра поворота подбирается так, чтобы оба колеса не вращались. Оценим смещение колес.



Пусть расстояние от центра поворота до ближнего к нему рельса R , расстояние между рельсами l , скорость движения поезда по рельсам - v , смещение колесной пары относительно рельсов - Δx . Тогда из рисунка следует, что изменения радиусов вращения колес по рельсам равны $\Delta r = \Delta x \sin(\alpha/2) \approx \Delta x \alpha / 2$ (здесь использована малость угла α). Поэтому внешнее и внутреннее (по отношению к центру поворота) колеса имеют радиусы вращения



$$r_{\text{внеш}} = r + \frac{\Delta x \alpha}{2}, \quad r_{\text{внут}} = r - \frac{\Delta x \alpha}{2}$$

Поскольку колеса проходят по внешнему и внутреннему рельсу разные расстояния $S_{\text{внеш}}$ и $S_{\text{внут}}$, для которых справедливо очевидное соотношение

$$\frac{S_{\text{внеш}}}{S_{\text{внут}}} = \frac{R+l}{R} = 1 + \frac{l}{R}$$

то проскальзывание колес не происходит при таком же отношении скоростей внутреннего и внешнего колес, которое равно отношению их радиусов (при одинаковой угловой скорости). Поэтому проскальзывание колес по рельсам не происходит, если

$$\frac{S_{\text{внеш}}}{S_{\text{внут}}} = \frac{r_{\text{внеш}}}{r_{\text{внут}}} \quad \Rightarrow \quad 1 + \frac{l}{R} = \frac{r + \frac{\Delta x \alpha}{2}}{r - \frac{\Delta x \alpha}{2}} \approx \left(1 + \frac{\Delta x \alpha}{2r}\right)^2 \approx 1 + \frac{\Delta x \alpha}{r}$$

(здесь использована приближенная формула

$$1 + x \approx \frac{1}{1 - x}$$

Справедливая при малых x и которая представляет собой сумму двух первых членов геометрической прогрессии. Также отброшено малое слагаемое, равное квадрату малой величины). Отсюда получаем

$$\Delta x = \frac{lr}{R\alpha}$$

причем угол α должен быть взят в радианах. Подставляя числовые значения, получаем

$$\Delta x = 0,7 \text{ см}$$

3. Скорость потока воды в выходной трубе можно найти из условия «ненакопления» воды в точке соединения труб. За небольшой интервал времени Δt через поперечное сечение верхней трубы к стыку труб подойдет масса жидкости

$$m_1 = \rho v \Delta t S$$

По нижней

$$m_2 = \rho 2v \Delta t 3S = 6\rho v \Delta t S$$

где ρ - плотность воды. С другой стороны, поскольку вода в месте соединения труб не накапливается, по выходной трубе должна выходить такая же масса воды. А поскольку через сечение выходной трубы за время Δt протекает масса воды

$$m_3 = \rho 4v \Delta t S_1$$

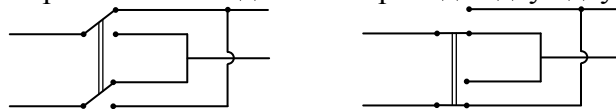
где S_1 - площадь сечения выходной трубы, то

$$m_1 + m_2 = m_3 \quad \Rightarrow \quad 7\rho v \Delta t S = 4\rho v \Delta t S_1$$

Отсюда

$$S_1 = \frac{7}{4} S$$

4. Искомая цепь может быть такой, как показано на рисунке. Если переключатель находится в верхнем положении (левый рисунок), верхний провод левой двухпроводной линии соединен с верхним проводом правой, а нижний провод левой линии с нижним проводом правой. При переключении переключателя в нижнее положение (правый рисунок) будут такие соединения проводов – левый верхний с правым нижним, левый нижний с правым верхним. Таким образом, данная цепь позволяет одновременно переключать соединение проводов двух двухпроводных линий.

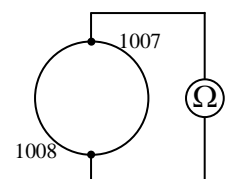


5. Пусть каждый резистор имеет сопротивление r . Очевидно, при подключении омметра к двум точкам кольца два его участка между точками подключения соединены параллельно. Поэтому если один из участков содержит x сопротивлений, то второй $2015 - x$, и общее сопротивление цепи будет равно

$$R = \frac{x(l-x)r}{2015}$$

Парабола в числителе этой дроби имеет ветви, направленные вниз, и потому ее значение максимально вблизи вершины. Поэтому сопротивление кольца будет максимально, если сопротивления двух участков кольца между точками подключения омметра максимально близки друг к другу (рисунок).

Отсюда



$$R_{\max} \approx \frac{2015r}{4}$$

Сопротивление кольца будет минимально при максимальном приближении к краям параболы. Поэтому минимальным (ненулевым) оно будет тогда, когда один из участков кольца содержит одно сопротивление, второй – 2014

$$R_{\min} = \frac{2014r}{2015} \approx r$$

Отсюда

$$R_{\min} = \frac{4R_{\max}}{2015}.$$

6. Пусть первоначальные температуры тел равны t_1 , t_2 и t_3 . Тогда условия теплового баланса для контакта первого и второго, второго и третьего и первого и третьего тел дают

$$C(T_1 - t_1) + C(T_1 - t_2) = 0$$

$$C(T_2 - t_1) + 2C(T_2 - t_3) = 0$$

$$C(T_3 - t_2) + 2C(T_3 - t_3) = 0$$

Решая эту систему уравнений и находя температуру T_x в случае соединений всех трех тел, получим

$$T_x = \frac{t_1 + t_2 + 2t_3}{4} = \frac{2T_1 + 3T_2 + 3T_3}{8}$$

Критерии оценки работ

1. Каждая задача оценивается исходя из того максимального количества баллов, которое указано в варианте задания.
2. В зависимости от полноты решения решение каждой задачи оценивается оценкой от максимальной до нуля с шагом 0,5 балла.
3. Оценки за все задачи складываются (максимальная оценка – 12 баллов); если суммарная оценка окажется «полуцелой» – округлять до ближайшего целого числа с избытком или недостатком по усмотрению проверяющего.