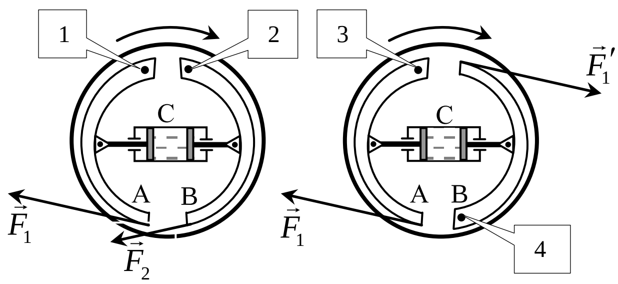
Ответы и решения



1. При торможении на барабан со стороны колодок и (по третьему закону Ньютона) со стороны барабана на колодки действуют силы трения. Силы трения, действующие на тормозные колодки со стороны барабана, показаны на рисунке (на барабан силы действуют в противоположном направлении).

Для левого барабана силы трения, действующие на колодки, создают моменты, стремящиеся развернуть их относительно точек крепления по часовой стрелке. Это приводит к увеличению силы реакции между барабаном и левой колодкой, и к уменьшению силы реакции между барабаном и правой колодкой. Следовательно, сила трения между барабаном и левой колодкой при торможении возрастает, между барабаном и правой колодкой – убывает. Т.е. для левой колодки возникает эффект заклинивания, для правой – нет.

При торможении с помощью барабана, приведенного на правом рисунке в условии задачи, силы трения заклинивают обе тормозные колодки. Это значит, что торможение правым барабаном более эффективно.

2. Пусть в резервуар каждую секунду поступает масса воды m, каждый насос откачивает в секунду массу воды μ, масса воды в заполненном водосборнике - M. Тогда для наполнения половины водосборника при работе одного насоса имеем

$$mt_1 - \mu t_1 = M/2$$

Для заполнения второй половины водосборника при работе двух насосов имеем

$$mt_2 - 2\mu t_2 = M/2$$

Решая систему уравнений относительно m и μ, получим

$$m = \frac{M\left(2t_2 - t_1\right)}{2t_1t_2}, \quad \mu = \frac{M\left(t_2 - t_1\right)}{2t_1t_2}$$

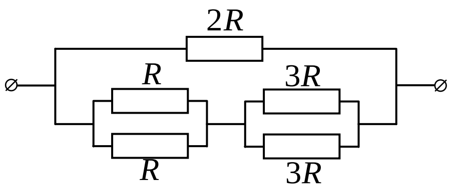
Теперь можно рассмотреть работу трех насосов

$$3\mu t_3 - mt_3 = M \qquad \Rightarrow \qquad t_3 = \frac{M}{3\mu - m}$$

Подставляя в последнюю формулу m и μ, найдем

$$t_3 = \frac{2t_1t_2}{t_2 - 2t_1} = 60 \text{ мин}$$

3. С помощью деформации проводов данная в условии электрическая цепь может быть преобразована к следующей цепи



Находя ее сопротивление, получим $R_{общ} = R$.

4. Очевидно, отношение количества дней, которые завод работал на первой и второй порциях бумаги, равно отношению объемов этих порций. Поэтому

$$\frac{n_{2/3}}{40} = \frac{V_{2/3}}{V_{1/3}}$$

где $n_{2/3}$ - количество дней, на которые хватит остатка рулона, $V_{2/3}$ - его объем, $V_{1/3}$ - объем первой порции рулона (которая израсходована за 40 дней). Находя объемы первой и второй порций

$$V_{1/3}=\pi\left(R^2-\left(2R/3\right)^2\right)h=\frac{5}{9}\pi R^2 h,\qquad V_{2/3}=\pi\left(2R/3\right)^2 h=\frac{4}{9}\pi R^2 h.$$

(R - радиус неразмотанного рулона, h - его высота), получим

$$n_{2/3}=40\frac{V_{2/3}}{V_{1/3}}=32 \text{ дня}$$

5. Очевидно, при параллельном соединении насосов каждый из них работает при одинаковом напоре Δp (разность давлений жидкости после и до насоса). А вот расходы, которые обеспечивают насосы, складываются. Используя напорно-расходные характеристики первого и второго насоса, найдем расход при напоре $\Delta p=p_0/2$:

$$\mu\left(p_0/2\right)=\sqrt{\frac{p_0}{2\alpha}}+\frac{p_0}{2\beta}$$

При заданном расходе μ_0 системы насосов расход жидкости через насосы распределяется так, чтобы напор первого и второго насосов был одинаковым:

$$\mu_0=\mu_1+\mu_2$$

$$p_0-\alpha\mu_1^2=p_0-\beta\mu_2$$

Отсюда

$$\mu_1=\frac{\sqrt{\beta^2+4\alpha\beta\mu_0}-\beta}{2\alpha}$$

Подставляя теперь это значение в напорно-расходную характеристику, получим

$$\Delta p=p_0-\alpha\left(\frac{\sqrt{\beta^2+4\alpha\beta\mu_0}-\beta}{2\alpha}\right)^2$$

Отметим, что можно провести аналогию между течением жидкости в трубопроводе и электрическим током: расход-электрически ток, напор-разность потенциалов, насос-источник ЭДС.

6. Пусть в единицу времени через сечение трубы протекает масса воды Δm. Обозначим температуру воды посередине трубы t_x. Тогда первая половина трубы теряет в единицу времени количество теплоты - $c\Delta m\left(t_1-t_x\right)$, вторя половина трубы - $c\Delta m\left(t_x-t_2\right)$. С другой стороны, эти количества теплоты уходят в помещение через боковые стенки труб, причем поток тепла в разных точках трубы является разным, поскольку разной является разность температур между каждой точкой и помещением. Однако полный поток тепла от каждой половины трубы должен быть пропорционален разности температур между температурой какой-то ее точки (например, начала трубы) и температурой помещения. Действительно, если бы эти температура начала трубы и помещения совпадали бы, поток тепла от трубы в помещение равнялся бы нулю. Поэтому для потока тепла между первой половиной трубы и помещением Q_1 можно записать

$$Q_1=\eta\left(t_1-t\right)$$

где коэффициент пропорциональности η зависит от «геометрии» трубы (но не температуры). А поскольку «геометрия» второй половины трубы – точно такая же как у первой, то для потока тепла от второй половины трубы Q_2 имеем

$$Q_2=\eta\left(t_x-t\right)$$

Поэтому соотношения для потоков тепла от первой и второй половин дают

$$c\Delta m\left(t_1-t_x\right)=\eta\left(t_1-t\right)$$

$$c\Delta m\left(t_x-t_2\right)=\eta\left(t_x-t\right)$$

Деля эти соотношения друг на друга, получим

$$t_x^2-2tt_x+t_2t+t_1t-t_2t_1=0$$

Из квадратного уравнения найдем искомую температуру t_x

$$t_x=t+\sqrt{\left(t-t_2\right)\left(t-t_1\right)}=45^\circ \text{ C}$$

Критерии оценки работ

1 задача. Если школьник разобрался с чертежом – 0,5 балла; Если понял, как работает тормоз – 1 балл; Если правильно говорится об эффекте заклинивания – 1,5 балл. Если все правильно – **2 балла**.

2 задача. Правильная идея и попытка написать правильные балансовые уравнения – 0,5 балла. Если школьник правильно написал уравнения – 1 балл; Если решено с недочетами – 1,5 балла, Все правильно – **2 балла**.

3 задача. Правильно перерисована цепь (но неправильный расчет) - 0,5 балла; Все правильно – 1 балл.

4 задача. Правильная идея (без реализации), или неправильная попытка расчета – 0,5 балла, Все правильно – **1 балл**.

5 задача. Правильна идея (без реализации) – 0,5 балла. Если к тому же есть правильная попытка провести аналогию с цепями постоянного тока – 1 балл. Все более или менее правильно, но недочеты в реализации – 2 балла. Все правильно – **3 балла**. За недочеты на каждом пункте – снижать на 0,5 балла.

6 задача. Правильные исходные уравнения, основанные на законе Фурье – 1 балл; Правильная реализация, но неправильный расчет – 2 балла, Все правильно – **3 балла**. За недочеты на каждом пункте – снижать на 0,5 балла.

Оценки за все задачи складываются (максимальная оценка – 12 баллов); если суммарная оценка окажется «полуцелой» – округлять до ближайшего целого числа с избытком или недостатком по усмотрению проверяющего.