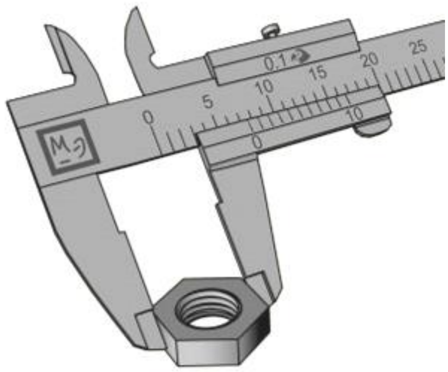
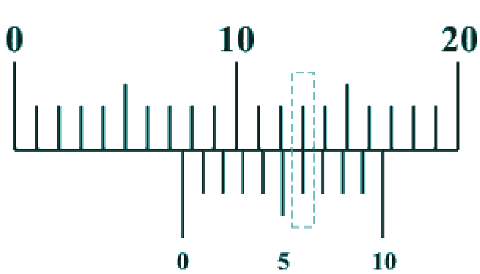
Ответы и решения. Критерии оценивания

1. При измерении предмет зажимают между неподвижной и подвижной частями штангенциркуля. Если нуль шкалы нониуса при этом точно попал на миллиметровое деление основной шкалы, размер предмета равен целому числу миллиметров (показанию основной шкалы). Если размер предмета не равен целому числу миллиметров, то нуль шкалы нониуса попадет между двумя делениями основной шкалы. В этом случае и работает шкала нониуса, которая позволяет определить размер предмета с точностью до 0,1 мм. Это делается так. Поскольку цена деления шкалы нониуса равна 0,9 мм, то 10 делений шкалы нониуса (полная шкала) равны 9 мм, 9 делений шкалы нониуса – 8,1 мм, 8 делений шкалы – 7,2 мм, 7 делений – 6,3 мм, 6 делений – 5,4 мм, 5 делений – 4,5 мм, 4 деления – 3,6 мм, 3 деления – 2,7 мм, 2 деления – 1,8 мм, 1 деление – 0,9 мм. Поэтому если размер предмета равен целому числу миллиметров плюс 0,9 мм, расстояние от нуля шкалы нониуса до следующего миллиметрового деления основной шкалы будет равно 0,1 мм, и с одним из делений основной шкалы совпадет девятое деление шкалы нониуса (поскольку оно находится от нуля шкалы нониуса на расстоянии 8,1 мм). Если размер предмета равен целому числу миллиметров плюс 0,8 мм, расстояние между нулем шкалы нониуса и следующим миллиметровым делением основной шкалы равно 0,2 мм, и с одним из делений основной шкалы совпадет восьмое деление шкалы нониуса. Если

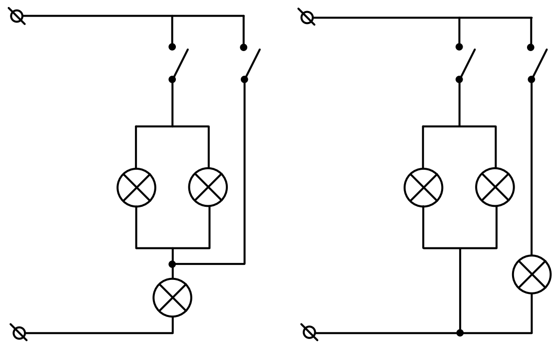




размер предмета равен целому числу миллиметров плюс 0,7 мм, расстояние между нулем шкалы нониуса и следующим миллиметровым делением основной шкалы равно 0,3 мм, и с одним из целых значений основной шкалы совпадет седьмое деление шкалы нониуса. И т.д. Таким образом, размер предмета определяется так: он равен целому числу миллиметровых делений основной шкалы, которое «перешагнул» нуль шкалы нониуса, и такому числу десятых долей миллиметра, какое деление шкалы нониуса точно совпало с одним из миллиметровых делений основной шкалы (для примера, показанного на рисунке, - 7,6 мм).

2. Проще (и точнее) всего объем тела человека оценить, как $V = m/\rho$, где в качестве плотности нужно взять плотность воды 1000 кг/м^3=1 кг/л, поскольку тело человека содержит много воды. Таким образом, объем тела человека в литрах численно равен его весу в килограммах. Это значение приближенное, в том числе и потому, что объем тела человека меняется при дыхании. Точность этой оценки можно оценить так. Объем легких взрослого человека 5-6 литров. При дыхании вентилируется около 1 литра объема легких. Как мы знаем, тело человека при полном вдохе плавает на поверхности воды, при полном выдохе – тонет (изменение объема тела – и соответственно средней плотности - при вдохе-выдохе используют аквалангисты для подъема или погружения). Это значит, что при наполнении легких средняя плотность тела становится чуть меньше плотности воды, при выдохе – чуть больше. Поэтому точность нашей оценки объема $\pm 1\,л$.

3. Лампы горят слабым накалом, если к напряжению бытовых электрических сетей 220 В они подключаются не параллельно, а последовательно (в этом случае напряжение на каждой из ламп будет меньше, чем 220 В). Одна из возможных схем неправильного включения ламп, показана на левом рисунке. Правый рисунок дает правильную схему включения ламп.



4. В самом верху колонна не будет сжата, в середине – сжата половиной своего веса, внизу – всем своим весом. Поэтому оценим среднее относительное сжатие колонны как ее относительное сжатие посередине. Малый поперечный элемент колонны толщиной l в ее середине сжимается половиной ее веса. Поэтому напряжение этого элемента σ равно

$$\sigma = \frac{F}{S} = \frac{\rho g h}{2}$$

где S - площадь сечения колонны. По закону Гука имеем для относительного сжатия ε рассматриваемого элемента

$$\varepsilon = \frac{\Delta l}{l} = \frac{\sigma}{E} = \frac{\rho g h}{2E} \qquad (*)$$

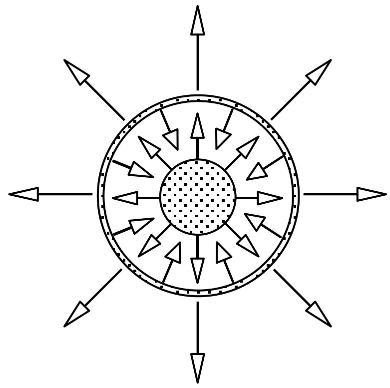
где Δl - деформация элемента. Если считать, что относительная деформация (*) будет у всей колонны, то ее полная деформация будет такой

$$\Delta h = \varepsilon h = \frac{\rho g h^2}{2E} = 2,4 \cdot 10^{-4} \text{ м}$$

5. В установившемся режиме вся энергия, выделяемая аппаратурой внутри станции, излучается в окружающее пространство. Поэтому по закону Стефана-Больцмана (см. указание к условию задачи) находим

$$w = 4\pi R^2 \sigma T^4 \qquad (*)$$

где w - мощность выделения энергии внутри станции, σ - коэффициент пропорциональности в законе Стефана-Больцмана (постоянная Стефана). Когда станцию окружили оболочкой, оболочка излучает в окружающую среду точно такую же энергию (поскольку вся энергия, выделяемая аппаратурой в установившемся режиме должна излучаться). Поэтому



$$w = 4\pi (2R)^2 \sigma T_o^4 \qquad (**)$$

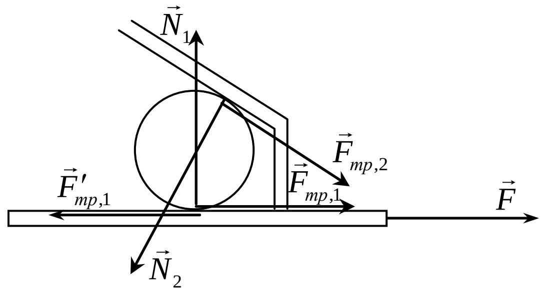
где T_o - температура оболочки. Отсюда $T_o = T/\sqrt{2}$. Новую температуру поверхности станции можно найти из следующих соображений. Оболочка излучает энергию (**) и наружу и внутрь. Поэтому, в установившемся режиме поверхность станции должна излучать вдвое большую энергию. Отсюда находим новую температуру поверхности станции

$$T_c' = \sqrt[4]{2} T$$

5. Очевидно, трение будет препятствовать вытаскиванию направляющей вправо, поскольку может возникнуть эффект заклинивания – сила трения между направляющей и шариком «потянет» шарик вправо, это приведет к увеличению сил реакции, что в свою очередь увеличит трение. Нарушение работы храпового механизма рассматриваемого типа может происходить в двух местах. При малом трении между шариком и направляющей направляющую можно вытащить вправо, и шарик не будет ей мешать, но при этом не будет вращаться, поскольку вращаться ему не позволит трение между ним и корпусом. При малом трении между шариком и корпусом проскальзывание между шариком и направляющей не будет возникать, но направляющую можно вытащить вправо, вращая шарик, поскольку его вращению не мешает трение между ним и корпусом. Таким образом, и трение между направляющей и шариком, и трение между шариком и корпусом необходимы для нормальной работы храпового механизма рассматриваемого типа, причем по условию нарушаться его работа будет при проскальзывании шарика относительно корпуса (там, по условию, меньше трение).

Пусть на направляющую действует горизонтальная сила F, направленная вправо. Пока механизм работает, шарик находится в равновесии. Поэтому применим к шарику условия равновесия и исследуем возможность их нарушения.

Н шарик действуют – сила трения со стороны направляющей $\vec{F}_{тр,1}$, направленная вправо и равная внешней силе, поскольку направляющая находится в равновесии, сила трения со стороны корпуса $\vec{F}_{тр,2}$, направленная вправо-вниз (по часовой стрелке, поскольку в отсутствии трения между шариком и корпусом шарик вращался бы против часовой стрелки, а трение препятствует этому вращению), сила реакции со стороны направляющей $\vec{N}_1$ и сила реакции со стороны корпуса $\vec{N}_2$ (см. рисунок). Условия равновесия шарика и направляющей дают



Уравнение сил (горизонтальная ось) $\quad N_2\sin\alpha - F_{тр,2}\cos\alpha - F_{тр,1} = 0$

Условие сил (вертикальная ось) $\quad N_1 - N_2\cos\alpha - F_{тр,2}\sin\alpha = 0$

Условие моментов (относительно центра шарика) $\quad F_{тр,1} = F_{тр,2}$.

Условие равновесия направляющей $\quad F_{тр,1} = F$

где α - угол наклона наклонной грани корпуса (см. рисунок в условии задачи; силой тяжести шарика пренебрегаем по сравнению с силами реакции и трения). Из этой системы уравнений находим N_1 и N_2

$$N_1 = N_2 = \frac{(1+\cos\alpha)F}{\sin\alpha}$$

С ростом внешней силы $\vec{F}$ растут силы реакции и максимальные значения сил трения. Поэтому равновесие не нарушится при любом значении внешней силы, если выполнено условие

$$F_{тр,2} < \mu N_2 \quad \text{или} \quad \mu \geq \frac{\sin\alpha}{(1+\cos\alpha)} = \mathrm{tg}(\alpha/2)$$

(при этом аналогичное условие между направляющей и шариком также не нарушится, поскольку силы реакции N_1 и N_2 одинаковы, а коэффициент трения между шариком и корпусом меньше коэффициента между шариком и направляющей). Отсюда находим ограничение на угол наклона грани корпуса механизма

$$\alpha \leq 2\mathrm{arctg}\,\mu$$

Критерии оценки работ

1. Каждая задача оценивается исходя из того максимального количества баллов, которое указано в варианте задания.
2. В зависимости от полноты решения решение каждой задачи оценивается оценкой от максимальной до нуля с шагом 0,5 балла.

3. Оценки за все задачи складываются (максимальная оценка – 12 баллов); если суммарная оценка окажется «полуцелой» – округлять до ближайшего целого числа с избытком или недостатком по усмотрению проверяющего.