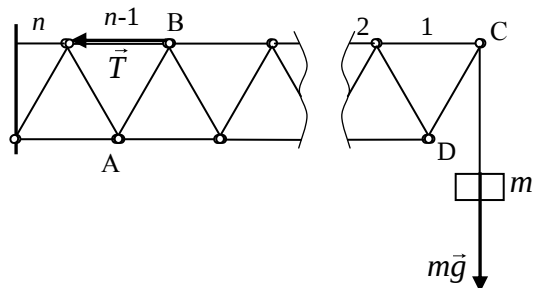


Ответы и решения. Критерии оценивания

1. Рассмотрим равновесие части стержня ABCD. Внешними силами для этой конструкции являются сила натяжения нити, равная силе тяжести груза (сама конструкция по условию массы не имеет), и силы в двух шарнирах – A и B. Поскольку крепления всех стержней шарнирные, сила, действующая со стороны $(n-1)$ -го стержня на шарнир B,



направлена вдоль стержня (см. рисунок). Поэтому условие равновесия для части кронштейна ABCD дает

$$T \frac{\sqrt{3}l}{2} = mg \left(n - \frac{3}{2} \right) l$$

где l - длина одного стержня. Отсюда получаем

$$T = \frac{mg(2n-3)}{\sqrt{3}}$$

2. Лампа перегорает, когда ток через нее достигает значения $I_0 = 0,3 \text{ A}$ ($I_0 = \alpha\sqrt{4(B)}$ (A)); при меньшем токе лампа работает. Поэтому перегорит та лампа, через которую течет больший ток, т.е. самая левая лампа. При этом напряжение на ней будет равно $U_1 = 4 \text{ В}$.

На участке параллельного соединения одной и двух ламп ток $I_0 = 0,3 \text{ A}$, протекающий через левую лампу, делится в некоторой пропорции на два тока, причем отношение этих токов не равно 2:1 из-за нелинейной вольтамперной характеристики ламп. Найдем эти токи. Пусть в верхнем участке соединения одной и двух ламп течет ток $I_г$, в нижнем $I_н$. Тогда для этих токов справедливы условия – сумма токов равна I_0 , напряжения одинаковы:

$$\begin{aligned} I_г + I_н &= I_0 \\ \left(\frac{I_г}{\alpha} \right)^2 &= 2 \left(\frac{I_н}{\alpha} \right)^2 \end{aligned}$$

Отсюда находим токи, а затем и напряжение на рассматриваемом участке (из вольтамперной характеристики)

$$I_6 = \frac{\sqrt{2}I_0}{\sqrt{2}+1}; \quad U_2 = \left(\frac{I_6}{\alpha}\right)^2 = \frac{2I_0^2}{(\sqrt{2}+1)^2 \alpha^2} = \frac{2U_0}{(\sqrt{2}+1)^2} = 1,38 \text{ В}$$

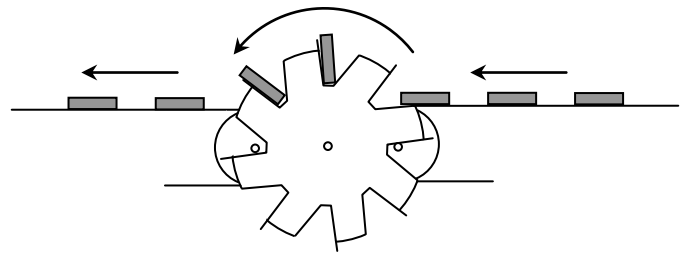
При параллельном соединении двух одинаковых ламп этот ток поделится пополам - $I_3 = 0,15 \text{ А}$, а напряжение на этом участке будет равно

$$U_3 = \left(\frac{I_3}{\alpha}\right)^2 = \left(\frac{I_0}{2\alpha}\right)^2 = \frac{U_0}{4} = 1 \text{ В}$$

Таким образом, предельное напряжение источника, при котором еще не перегорает ни одна из ламп, составляет

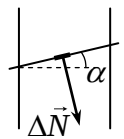
$$U = U_1 + U_2 + U_3 = U_0 + \frac{2U_0}{(\sqrt{2}+1)^2} + \frac{U_0}{4} = 6,38 \text{ В}$$

3. Между двумя транспортерами нужно расположить два диска с прорезями, диаметр которых больше расстояния между транспортерами, и которые надеты на одну ось, длина которой чуть больше ширины транспортеров. Тогда транспортеры не будут мешать дискам



вращаться, а поскольку ширина деталей больше ширины транспортера, детали будут входить в прорези дисков. Диски и будут перемещать детали на второй транспортер, одновременно их переворачивая (см. рисунок).

4. Пусть угол подъема резьбы - α . На шток действуют: искомая сила реакции со стороны заготовки $\vec{N}$, направленная вертикально вверх, момент внешних сил и сила реакции со стороны резьбы. Пусть на малом интервале длины резьбы Δx действует сила



реакции $\Delta \vec{N}$, перпендикулярная резьбе (перпендикулярная, так как нет трения; см. рисунок).

Сумма вертикальных проекций силы $\Delta \vec{N}$, действующих на все ее участки, компенсирует силу $\vec{N}$, проекции силы $\Delta \vec{N}$ на ось, перпендикулярную оси заготовки, создает момент, компенсирующий момент внешних сил M . Поэтому

$$N = \frac{\Delta N \cos \alpha}{\Delta x} l$$

$$M = \frac{\Delta N \sin \alpha}{\Delta x} l R$$

где l - длина резьбы, R - радиус штока. Деля первое соотношение на второе, получим

$$M = NR \operatorname{tg} \varphi \quad (1)$$

С другой стороны, для каждого участка резьбы справедливы равенства

$$\Delta x = \frac{\Delta l}{\cos \alpha}, \quad \Delta x = \frac{\Delta h}{\sin \alpha}$$

где Δl и Δh - проекции участка резьбы на перпендикулярное и продольное направление. Поэтому суммирование таких проекций по одному периоду резьбы дает

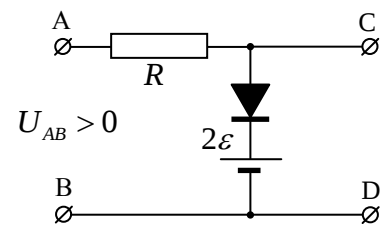
$$2\pi R \operatorname{tg} \alpha = h$$

где h - шаг резьбы (расстояние между соседними бороздками). Отсюда и формулы (1) получаем

$$N = \frac{2\pi M}{h}$$

Из этой формулы следует, что, используя резьбу с маленьким шагом, можно получить существенный выигрыш в силе.

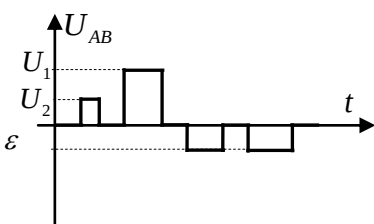
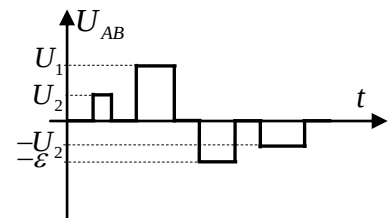
5. Если напряжение $U_{AB} > 0$ диод в правом участке будет закрыт при любых значениях этого напряжения, и этот участок можно не рассматривать (он, фактически, является разрывом цепи). Поэтому при $U_{AB} > 0$ данная в условии цепь эквивалентна цепи, изображенной на рисунке справа.



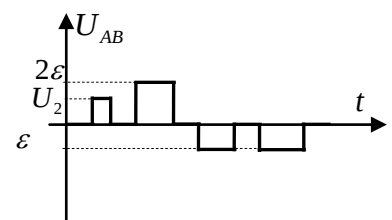
Так как сопротивление источника равно нулю, то если через него течет ток, напряжение на участке CD равно ЭДС источника, т.е. 2ε (причем независимо от тока). Если же ток через диод не течет, цепь, фактически, разорвана и напряжение на участке CD равно напряжению на участке AB. А Ток через диод потечет, если напряжение AB будет больше ЭДС 2ε . Таким образом, пока напряжение $0 < U_{AB} < 2\varepsilon$, выходное напряжение равно входному; как только напряжение U_{AB} превысит 2ε , выходное напряжение будет равно 2ε независимо от напряжения AB. Другими словами, рассматриваемая цепь «обрезает» скачки входного напряжения. Второй участок дает ограничения на отрицательные напряжения U_{AB} , которые по величине превосходят ε .

Это значит, что график выходного напряжения при условии, что $U_1, U_2 < \varepsilon$ совпадает с графиком входного напряжения.

Если $U_2 < \varepsilon < U_1 < 2\varepsilon$ график имеет вид (см. рисунок справа).



Если $\varepsilon < U_2, U_1 < 2\varepsilon$, то величиной ε будут ограничены все «отрицательные максимумы», «положительные» максимумы останутся без изменений (см. рисунок слева).



Если $\varepsilon < U_2 < 2\varepsilon < U_1$, величиной 2ε будут ограничены большие положительные максимумы, маленькие – останутся без изменений (см. рисунок справа).

Если $2\varepsilon < U_2, U_1$, все положительные максимумы будут ограничены величиной 2ε , все отрицательные – величиной ε .

6. Рассмотрим движение малого диска сначала по внешней поверхности большого диска. Пусть малый диск повернулся на угол $\Delta\varphi$ вокруг большого (см. рисунок). Если бы малый диск не вращался вокруг своей оси (для этого он должен был бы, конечно, проскальзывать по большому), то его радиус, связывающий точку, которой он касался большого диска, с его центром в первом положении, остался бы параллельным самому себе (эта точка отмечена на рисунке цифрой 1). И, следовательно, угол между отрезком, связывающим центры дисков, и направлением на эту точку был бы равен $\Delta\varphi$ (на рисунке этот угол отмечен дугой). Из-за отсутствия проскальзывания рассматриваемая точка вращается по часовой стрелке и окажется в положении 2, причем из-за отсутствия проскальзывания длина дуги, связывающая точку 2 и точка касания дисков, будет равна длине дуги большого диска между точками касания малого диска в начальном и конечном положении, т.е. $2R\Delta\varphi$. Таким образом, длина дуги между точками 1 и 2 равна $R\Delta\varphi + 2R\Delta\varphi = 3R\Delta\varphi$, и, следовательно малый диск повернется на угол $3\Delta\varphi$ вокруг своей оси. А значит, число оборотов малого диска вокруг своей оси n будет равно

$$n = \frac{3\Delta\varphi}{2\pi}$$

Аналогично рассматривается движение малого диска по внутренней поверхности большого. Однако, как легко увидеть, углы его поворота вокруг большого и своей оси будут вычитаться (а не складываться, как в первом случае), поэтому при повороте малого диска вокруг большого на угол $\Delta\varphi$ он совершит $n_1 = \frac{\Delta\varphi}{2\pi}$ оборотов вокруг своей оси.

Критерии оценки работ

1. Каждая задача оценивается исходя из того максимального количества баллов, которое указано в варианте задания.
2. В зависимости от полноты решения решение каждой задачи оценивается оценкой от максимальной до нуля с шагом 0,5 балла.
3. Оценки за все задачи складываются (максимальная оценка – 12 баллов); если суммарная оценка окажется «полуцелой» – округлять до ближайшего целого числа с избытком или недостатком по усмотрению проверяющего.
4. Пропуск на заключительный тур олимпиады – 6 баллов.

