1. Пусть мощность нагревателя утюга P. Тогда, поскольку теплоотдача пропорциональна разности температур, и для положения регулятора «капрон» справедливо следующее соотношение энергетического баланса:

$$10P = k(100 - 20)50 = 4000k$$

где k - коэффициент пропорциональности между мощностью теплопотерь и разностью температур утюга и окружения. Отсюда находим

$$\frac{P}{k} = 400 \text{ (град)} \qquad (*)$$

Для положения «хлопок» уравнение теплового баланса имеет вид

$$20P = k(t - 20)50$$

Где t - искомая температура утюга. Подставляя сюда соотношение мощности нагревателя и теплпотерь (*), получим

$$t = 180° \text{ C}$$

2. Из закона Клапейрона-Менделеева имеем для процессов при постоянном давлении

$$Q = c_p \Delta T = c_p \frac{p_0 \Delta V}{\nu R} = c_p \frac{p_0 V_0}{\nu R} \qquad (*)$$

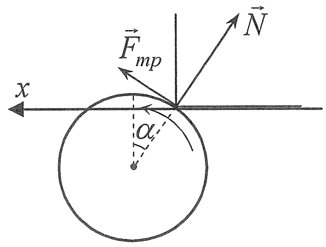
и при постоянном объеме

$$Q = c_V \Delta T = \frac{c_V \Delta p V_0}{\nu R} = \frac{c_V (p_1 - p_0) V_0}{\nu R} \qquad (**)$$

Деля формулы (*) и (**) друг на друга, получим

$$\frac{c_p}{c_V} = \frac{(p_1 - p_0)}{p_0}$$

3. В момент касания валков на заготовку действуют: силы нормальной реакции и силы трения со стороны валков (силой тяжести, действующей на заготовку, пренебрегаем по сравнению с этими силами). Заготовка будет протягиваться между валками, если проекция действующей на нее силы трения на ось x будет больше проекции на эту ось силы реакции (см. рисунок)



$$F_{тр} \cos\alpha \geq N \sin\alpha \qquad (*)$$

или

$$\mu \geq \operatorname{tg}\alpha$$

(где α - угол между направлениями на точку касания валка и заготовки и на центр второго валка). Очевидно,

$$\frac{d - d_0}{2} = R(1 - \cos\alpha)$$

Выражая косинус через тангенс,

$$\cos\alpha = \frac{1}{\sqrt{1+\mathrm{tg}^2\,\alpha}} = \frac{1}{\sqrt{1+\mu^2}}$$

найдем значения коэффициента трения, при котором заготовка втягивается в пространство между валками

$$\mu \geq \sqrt{\frac{1}{\left(1-\frac{d-d_0}{2R}\right)^2}-1}$$

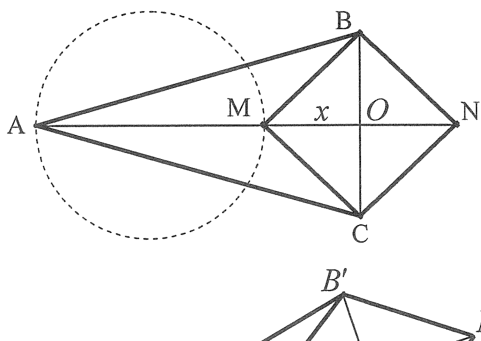
При втягивании заготовки, она начинает деформироваться валками, это приводит к росту силы реакции, но одновременно растет и сила трения, поэтому заготовка будет продолжать втягиваться между валками. Поэтому прокатывание заготовки осуществляется силой трения.

4. Рассмотренный в задаче шарнирный механизм был предложен учеником выдающегося российского математика П.Л.Чебышева Л.Липкиным и французом Ш.Посселье и называется сейчас механизм Липкина-Посселье. Этот механизм позволяет преобразовать вращательное движение в движение по прямой, причем точное и без использования каких-либо направляющих (как в кривошипно-шатунном механизме). Механизм Липкина-Посселье сыграл важную роль в исследовании свойств шарнирных передач, однако в технике особых применений не нашел, поскольку ко времени его открытия были созданы хорошие смазочные материалы, позволяющие делать такое преобразование движения с использованием направляющих (как в кривошипно-шатунном механизме).

Пусть радиус окружности, по которой движется точка M, равен R, $AB = AC = L$, $MB = MC = l$. Найдем расстояние AN. Если $MO = x$, то

$$AB^2 - AO^2 = MB^2 - MO^2 \qquad \Rightarrow \qquad L^2 - (2R+x)^2 = l^2 - x^2$$

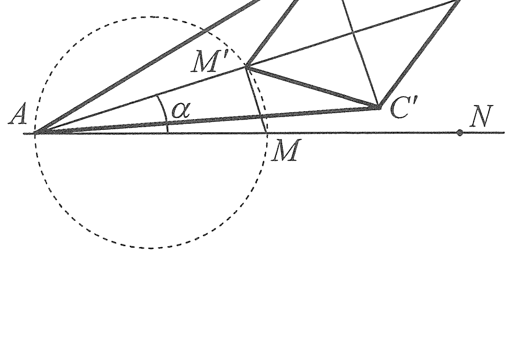
Отсюда находим



$$x = \frac{L^2 - l^2}{4R} - R$$

Поэтому

$$AN = 2R + 2x = \frac{L^2 - l^2}{4R} \qquad (*)$$



Когда конструкция из шарнирно соединенных стержней повернется относительно точки A на угол α (см. рисунок), но так, что точка M движется по пунктирной окружности и займет положение M' (см. рисунок), то длину отрезка AN' можно найти с помощью аналогичных формул

$$AN' = \frac{L^2 - l^2}{2AM'}$$

Но поскольку угол $AM'M$ - прямой (опирается на диаметр), то $AM' = 2R\cos\alpha$, и, следовательно

$$AN' = \frac{L^2 - l^2}{4R\cos\alpha}$$

Поэтому точка N' шарнирного механизма будет проецироваться в такую точку на прямой AN, которая лежит на расстоянии

$$AN'\cos\alpha = \frac{L^2 - l^2}{4R} \qquad (**)$$

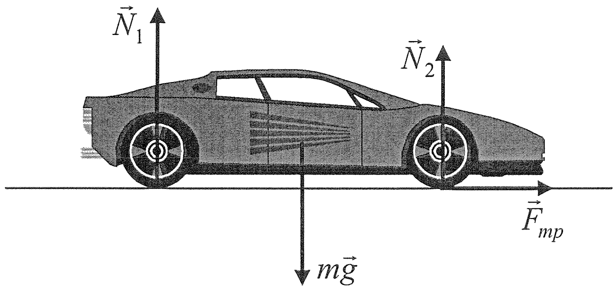
от точки A, т.е. в точку N, как это следует из сравнения (*) и (**). Таким образом, точка N' шарнирного механизма будет двигаться по прямой, перпендикулярной отрезку AN и проходящей через точку N. Другими словами, при вращении всей конструкции ее точка N движется по прямой. По этой причине рассмотренный механизм называется «прямило Липкина».

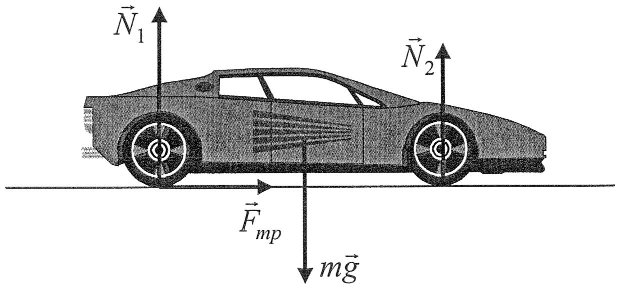
5. Когда ведущие колеса не «пробуксовывают», нижняя точка колеса не скользит по дороге и потому сила трения может не достигать своего максимального значения μN и может быть направлена по-разному. Если автомобиль едет с постоянной скоростью v, колеса вращаются с угловой скоростью v/R (R - радиус колеса) и есть только небольшое трение качения. Если водитель увеличивает угловую скорость вращения колес, колесо в точке касания дороги «хочет» проскользнуть относительно дороги назад, и возникает сила трения, направленная вперед. Если водитель нажимает на педаль газа не очень сильно, проскальзывания не возникает, сила трения не равна максимальному значению. Если водитель тормозит вращение колес, они «хотят» проскользнуть в нижней точке вперед относительно дороги, возникает сила трения, направленная назад. При повороте, благодаря повороту передних колес возникает сила трения, направленная в сторону поворота.

Чтобы сила трения достигла максимального значения, в точках касания колес и дороги должно возникнуть скольжение. Это бывает при пробуксовке колес или «заносе», когда автомобиль из-за резкого торможения начинает скользить по дороге. Эта ситуация крайне опасная, поскольку не дает возможность управлять автомобилем. Для управления нужно иметь возможность менять силу трения – именно она позволяет делать любые маневры. Более того, при скольжении автомобиля по дороге любая неровность или боковой наклон дороги могут привести к перевороту автомобиля – ведь сила трения направлена назад и равна максимальному значению; и в нашем распоряжении нет силы, способной удержать автомобиль. Поэтому, чтобы управлять автомобилем, нужно иметь «резерв» силы трения.

Очевидно, что заднеприводные автомобили мощнее переднеприводных при одинаковой мощности мотора. Действительно, разгоняет автомобиль сила трения, действующая на ведущие колеса (в отсутствие силы трения автомобиль стоял бы на месте независимо от мощности двигателя, вращающего колеса). А у силы трения есть максимум - μN, поэтому чем больше сила реакции, тем бóльших значений может достигнуть разгоняющая сила трения.

Докажем, что при разгоне сила реакции, действующая на задние колеса, больше силы реакции, действующей на передние. Силы, действующие на автомобиль при разгоне, показаны на правом рисунке для переднеприводного автомобиля, и на левом рисунке для заднеприводного.





Так как автомобиль не вращается, то сумма моментов сил, действующих на автомобиль, равна нулю. Поэтому чтобы компенсировать момент силы трения относительно центра тяжести автомобиля, нужно чтобы сила реакции, действующая на задние колеса, была больше силы реакции на передние (эту разность сил реакции можно увидеть «невооруженным глазом», глядя на резко стартующий с места автомобиль, – такой автомобиль «приседает» на задние колеса, что и приводит к увеличению силы реакции задних колес И уменьшении – передних). Поэтому при разгоне можно обеспечить бóльшую силу трения при на задних колесах, и, следовательно, бóльшую мощность, развиваемую двигателем при разгоне. По аналогичной причине при торможении из-за действия силы трения назад сила реакции на передних колесах больше силы реакции на задних. Поэтому более эффективно тормозят передние колеса.

6. Если бы скорость спутника равнялась первой космической скорости, то второй закон Ньютона дал бы

$$\frac{mv^2}{R} = G\frac{mM}{R^2}$$

и спутник двигался бы по окружности. Когда скорость спутника становится меньше первой космической на 1 %, спутник начинает двигаться вдоль радиуса орбиты с ускорением

$$a = \frac{GM}{R^2} - \frac{(0,99v)^2}{R} \approx 2\cdot10^{-2}\frac{GM}{R^2} = 2\cdot10^{-2}g$$

которое практически постоянно из-за небольшого изменения радиуса орбиты. Поэтому время падения спутника оценим как

$$t = \sqrt{\frac{2h}{2\cdot10^{-2}g}} = 10^3 \text{ сек}$$

Для оценки пройденного спутником расстояния считаем, что его скорость практически равна первой космической, получим

$$S = vt = 8(\text{км/с})\cdot10^3(\text{с}) \sim 8000\ (\text{км})$$

Поскольку окружность Земли составляет около 40000 км, то спутник пролетит приблизительно пятую часть окружности.

Конечно, учет силы сопротивления воздуха значительно изменил бы полученный результат. С одной стороны, сила сопротивления будет увеличивать время падения, с дугой, уменьшать орбитальную скорость. Однако, представляется, что орбитальная скорость будет уменьшаться гораздо быстрее (поскольку она очень большая), чем увеличиваться время падения. Поэтому расстояние, пройденное спутником до падения в случае наличия сопротивления воздуха должно уменьшиться.

Критерии оценивания

Решение каждой задачи в зависимости от полноты оценивается оценкой: 0, 0,5 1, 1,5 или 2 балла. Максимальная оценка за задачу – 2 балла. Максимальная оценка за работу – 12 баллов.
«Пропуск» на заключительный тур – оценка 6 баллов и выше.