Ответы и решения. Критерии оценивания

1. Отличие скорости перемещения машин в «пробке» от $u/2$ (или от u, когда скорость машин увеличилась вдвое) связано с тем, что машины трогаются не одновременно. Каждая машина начинает движение после того как машина впереди уже поехала, т.е. с некоторой задержкой по времени по сравнению с предыдущей машиной. Это время задержки связано со многими причинами: реакция водителя, время включения коробки переключения передач и т.д. Конечно, для каждого водителя и для каждой машины эта величина индивидуальная, но для расчета средней скорости перемещения машин через перекресток можно взять среднее значение этой величины.

После того как включается зеленый сигнал светофора по «пробке» идет «волна трогания» машин. Пусть скорость этой волны c (это значит, что машина, расположенная на расстоянии x от светофора, тронется через время x/c после включения зеленого сигнала), время горения зеленого сигнала светофора Δt. Тогда за это время мимо светофора успеет проехать участок «пробки» с такой длиной Δl, что «волна трогания» за время Δt успеет дойти до его конца, а машина, находящаяся в его конце, успеет доехать до светофора

$$\frac{\Delta l}{c}+\frac{\Delta l}{u}=\Delta t$$

где u скорость машины. Отсюда находим, что средняя скорость машин в «пробке» равна

$$v=\frac{\Delta l}{2\Delta t}=\frac{cu}{2(c+u)} \qquad (1)$$

Из (1) находим

$$c=\frac{2uv}{u-2v}. \qquad (2)$$

Если скорость машин увеличивается вдвое, то средняя скорость машин в «пробке» можно найти по формуле (1) с заменой $u\to 2u$

$$v'=\frac{2cu}{2(c+2u)} \qquad (3)$$

Подставляя в формулу (3) скорость «волны трогания» (2), получим

$$v'=\frac{uv}{u-v}=1{,}2 \text{ м/с},$$

т.е. увеличение скорости машин вдвое увеличивает пропускную способность перекрестка всего на 20 %.

2. Пусть мощность нагревателя равна P. В установившемся режиме все тепло, выделенное нагревателем, должно уходить через стены. Поэтому

$$P=\frac{\lambda\left(t_1-t_0\right)S}{\Delta l}$$

где λ - коэффициент теплопроводности кирпича, Δl - толщина кирпичной стены, S - площадь стен.

После установки теплоизолирующего материала поток тепла через стены останется неизменным, если пренебречь изменением площади теплопередающей поверхности; не изменилась и температура на улице. Поэтому температура внутренней поверхности кирпичной стены не изменилась. Пусть температура в доме после установки теплоизолирующего материала стала равна t_2. Тогда поток тепла через теплоизолирующий материал, с одной стороны, определяется законом Фурье

$$\frac{(\lambda/10)(t_2-t_1)S}{(\Delta l/15)}$$

С другой стороны, этот поток равен потоку через кирпичную стену. Поэтому

$$\frac{\lambda(t_1-t_0)S}{\Delta l}=\frac{(\lambda/10)(t_2-t_1)S}{(\Delta l/15)}$$

Отсюда

$$t_2=t_1+\frac{2}{3}(t_1-t_0)=15^\circ\ \mathrm{C}$$

Где располагать теплоизолятор – внутри или снаружи - с точки зрения теплоизоляции совершенно не важно, если пренебречь изменением площади теплопередающей поверхности теплоизолятора. Температура в доме будет такой же. Действительно, в установившемся режиме поток тепла, который определяется разностью температур двух поверхностей стены и теплоизоляции и площадями их поверхностей, равен мощности внутреннего источника. Поэтому разности температур двух поверхностей стены и теплоизоляции не зависят от расположения теплоизоляции – внутри или снаружи дома. Поэтому и разность температур – «улица-дом» не зависит от порядка расположения теплоизолятора.

3. Из условия моментов относительно шарнира, находим

$$mg\frac{l}{2}=Th$$

где T - сила натяжения троса. Отсюда находим

$$T=\frac{mgl}{2h}=4mg$$

Сила, действующая на балку со стороны шарнира должна компенсировать равнодействующую сил тяжести mg и силы $T=4mg$. Поэтому суммарная сила, действующая на балку со стороны шарнира (и на шарнир со стороны балки), равна

$$N=\sqrt{17}mg$$

4. Определим сначала, на каком участке вольтамперной характеристики работает трубка. Если бы она содержала только линейный участок (без насыщения), то трубка обладала бы сопротивлением, которое можно найти из графика

$$R = \frac{U}{I} = \frac{1\,(\text{кВ})}{10\,(\text{мкА})} = 10^8 \text{ Ом.}$$

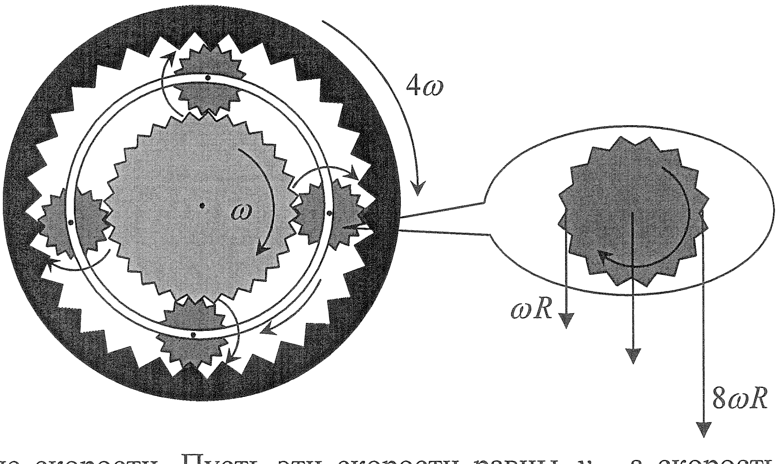
При таком сопротивлении ток в цепи определялся бы законом Ома для замкнутой цепи

$$I = \frac{\varepsilon}{R+r} = \frac{6\cdot 10^3\ (\text{В})}{4\cdot 10^8\ (\text{Ом})} = 15 \text{ мкА}$$

Это значение больше тока насыщения через трубку, и, следовательно, ток в цепи будет равен току насыщения $I_0 = 10$ мкА. В этом случае напряжение на балластном резисторе будет равно $I_0 r = 3\cdot 10^3$ В. Поэтому напряжение на трубке будет равно $U = \varepsilon - I_0 r = 3\cdot 10^3$ В. Итак, токе через трубку равен $I_0 = 10$ мкА, напряжение на трубке - $U = 3\cdot 10^3$ В.

5. Планетарная передача работает таким образом, что вращение с центральной (солнечной) шестерни передается одновременно водилу и коронной шестерне, причем кинематически распределение вращения между ними не определяется (недостаточно кинематических связей). Это позволяет в зависимости от момента торможения коронной шестерни и водила передавать им разное вращение. Такая передача вращения происходит в дифференциалах автомобилей (особый шарнир, дающий определенную «автономию» колесам автомобиля) и в автоматических коробках передач.

Рассмотрим работу планетарной передачи. Пусть центральная (солнечная) шестерня вращается с угловой скоростью ω, а ее радиус R. Тогда линейная скорость точек на поверхности солнечной шестерни равна ωR, и такой же является линейная скорость точек на поверхности шестерен-спутников, касающихся солнечной. Линейная скорость точек на внешней стороне шестерен-спутников равна линейной скорости точек на внутренней поверхности коронной шестерни, т.е. $8\omega R$. Найдем скорость центра шестерни. В системе отсчета, связанной с ее центром, эти точки имеют одинаковые по величине и противоположно направленные скорости. Пусть эти скорости равны v_0, а скорость центра солнечной шестерни - v_1. Тогда по закону сложения скоростей имеем



$$\begin{aligned} \omega R &= v_1 - v_0 \\ 8\omega R &= v_1 + v_0 \end{aligned} \qquad (*)$$

Складывая и вычитая эти уравнения, найдем линейную скорость центра спутниковой шестерни и скорость вращения точек ее поверхности в систем отсчета, связанной с центром шестерни

$$v_1 = 4,5\omega R\,,\ v_0 = 3,5\omega R$$

А поскольку радиус спутниковых шестерен - R, их центры находятся на расстоянии $1,5R$ от центра водила, то угловые скорости спутниковых шестерен и водила равны

$$\omega_{спут} = \frac{3,5\omega R}{R} = 3,5\omega\,,\ \omega_{вод} = \frac{4,5\omega R}{1,5R} = 3\omega$$

Если коронная шестерня заблокирована, то точки на поверхности шестерен-спутников имеют скорости ωR и 0, и из системы уравнений, аналогичной (*)

$$\begin{gathered} \omega R = v_1 - v_0 \\ 0 = v_1 + v_0 \end{gathered}$$

находим

$$\omega_{спут} = -\frac{0,5\omega R}{R} = -0,5\omega\,,\ \omega_{вод} = \frac{0,5\omega R}{1,5R} = 0,33\omega$$

(знак минус означает, что шестерни-спутники вращаются в противоположную сторону – против часовой стрелки). Если заблокировано водило, то спутниковые шестерни только вращаются, и, следовательно, точки на их поверхности имеют линейные скорости, равные ωR. Поэтому и внутренние точки коронной шестерни имеют такую же линейную скорость, а поскольку они находятся на расстоянии $2R$ от ее центра, то коронная шестерня в этом случае вращается в противоположную сторону с угловой скоростью $\omega/2$.

6. При протекании тока в предохранителе выделяется джоулево тепло и он нагревается. Одновременно идет процесс теплопотерь, поэтому если ток в предохранителе меньше 1 А, он не разогревается до температуры плавления. Поскольку потери тепла каким-то телом пропорциональны площади поверхности тела и разности температур тела и окружающей среды, то для тока $I_0 = 1$ А предохранитель нагревается до температуры плавления, и при этой температуре потери тепла равны джоулеву теплу, выделяющемуся в предохранителе

$$I_0^2 \frac{\rho l}{\pi r^2} = \lambda 2\pi r l \left(T_{пл} - T_{окр}\right)$$

где ρ - удельное сопротивление материала предохранителя, l и r - его длина и радиус сечения, $T_{пл}$ и $T_{окр}$ - температуры предохранителя и окружающей среды. Отсюда находим

$$\lambda\left(T_{пл} - T_{окр}\right) = \frac{I_0^2 \rho}{2\pi^2 r^3} \qquad (*)$$

Из формулы (*) видно, что если увеличить радиус сечения проводника (при том же токе), то из-за большей теплоотдачи (больше площадь поверхности) и уменьшения тепловыделения (меньше сопротивление) его температура станет меньше температуры плавления, и он не расплавится. Поэтому для плавления нужно увеличить ток в предохранителе. Если радиус сечения (или диаметр) увеличивается в 4 раза, знаменатель формулы (*) увеличится в 64 раза, значит, и числитель нужно увеличить в 64 раза. Т.е. ток нужно увеличить в $\sqrt{64} = 8$ раз. Это значит, что такой предохранитель расплавится при токе 8 А. Как видно из (*) от длины предохранителя его температура не зависит (при условии, что его сопротивление мало по сравнению с другими сопротивлениями цепи и его изменение не меняет ток в цепи).

Критерии оценивания и определения победителей и призеров

Решение каждой задачи в зависимости от полноты оценивается оценкой: 0, 0,5 1, 1,5 или 2 балла. Максимальная оценка за задачу – 2 балла. Максимальная оценка за работу – 12 баллов.

Победителями и призерами олимпиады считались участники заключительного тура, получившие следующие оценки

класс	Оценки победителей и призеров		
	победитель	Призер 2 степени	Призер 3 степени
10	≥8	6-7	5
11	≥9	8	7