



Физика для школьников 7 – 11 класса (отборочный этап) Решение задачи 1. Костный имплант

1. Пьезоэлектрик – это материал, в котором под действием приложенного механического напряжения возникает поляризация.
2. Согласно закону Гука

$$\sigma = E\varepsilon,$$

где σ – механическое напряжение (Н/м^2), E – модуль Юнга (Па), ε – относительная деформация.

Сила, приложенная к импланту, составит

$$F = mg,$$

где m – масса человека (кг), g – ускорение свободного падения (м/с^2). Тогда механическое напряжение составит

$$\sigma = F/S,$$

где S – площадь сечения импланта (м^2).

Следовательно,

$$\varepsilon = \frac{\sigma}{E} = \frac{F}{SE} = \frac{mg}{SE} = \frac{70 \text{ кг} \cdot 9,8 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}}{4,9 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2 \cdot 2 \cdot 10^9 \text{ Па}} = 7 \cdot 10^{-4} = 0,07\%.$$

3. Судя по графику, зависимость поляризованности наночастицы от механического напряжения линейная, причём напряжению 100 Н/м^2 соответствует поляризованность 20 нКл/м^2 . Следовательно, пьезоэлектрический коэффициент равен

$$P = d\sigma$$

$$d = \frac{P}{\sigma}$$

$$d = \frac{20 \cdot 10^{-9} \frac{\text{Кл}}{\text{м}^2}}{100 \frac{\text{Н}}{\text{м}^2}} = 2 \cdot 10^{-10} \frac{\text{Кл}}{\text{Н}}$$

4. Чтобы наночастица с пьезоэлектрическим коэффициентом $2 \cdot 10^{-10} \text{ Кл/Н}$ имела поляризованность $0,1 \text{ мКл/м}^2$, необходимо механическое напряжение

$$\sigma = \frac{P}{d}$$

$$\sigma = \frac{1 \cdot 10^{-4} \frac{\text{Кл}}{\text{м}^2}}{2 \cdot 10^{-10} \frac{\text{Кл}}{\text{Н}}} = 500000 \frac{\text{Н}}{\text{м}^2} = 0,5 \text{ МПа}$$

Это меньше предела прочности. Значит, наночастицу можно использовать, если не будет болевых ощущений. При таком напряжении деформация наночастицы ε_n равна

$$\varepsilon_n = \frac{\sigma}{E_n}$$
$$\varepsilon_n = \frac{5 \cdot 10^5 \text{ Па}}{20 \cdot 10^9 \text{ Па}} = 2,5 \cdot 10^{-5},$$

а деформация импланта ε_u равна

$$\varepsilon_u = \frac{5 \cdot 10^5 \text{ Па}}{2 \cdot 10^9 \text{ Па}} = 2,5 \cdot 10^{-4}.$$

Поскольку деформации отличаются в 10 раз (что меньше порога, вызывающего болевые ощущения), то такие наночастицы использовать можно, причём нижний предел напряжений составляет 0,5 МПа (когда поляризованность наночастиц достигает требуемого значения, иначе лечебного эффекта не будет), а верхний предел напряжений будет определяться пределом прочности импланта и составит 10 МПа.



Физика для школьников 7 – 11 класса (отборочный этап) Решение задачи 2. Масс-спектр фуллерена

1. В масс-спектре присутствуют 5 пиков, соответствующих различным фрагментам исходной молекулы фуллерена. При этом суммарная масса частиц, характеризующихся пиками с одинаковой интенсивностью, составляет 720 а.е.м., что равно массе частицы с наибольшей интенсивностью и пиком, не имеющим пары. Поскольку масса 720 а.е.м. соответствует 60 атомам углерода, то в масс-анализатор попали ионизированный фуллерен C_{60} и его ионизированные осколки C_2 , C_4 , C_{56} , C_{58} . Таким образом, количество атомов углерода в изученном фуллерене равно 60.
2. Потенциальная энергия заряженной частицы, ускоренной в электростатическом поле, равна

$$E_p = qU,$$

где q – заряд частицы (Кл), U – разность потенциалов (В).

После попадания в камеру масс-анализатора (где электростатическое поле равно нулю), частица продолжит движение с постоянной скоростью, причём её кинетическая энергия равна

$$E_k = \frac{mv^2}{2},$$

где m – масса частицы (кг), v – её скорость (м/с). По закону сохранения энергии

$$\begin{aligned} E_k &= E_p \\ qU &= \frac{mv^2}{2} \\ v &= \sqrt{\frac{2qU}{m}} \end{aligned}$$

Поскольку движение происходит с постоянной скоростью, то

$$t = \frac{L}{v}$$

где L – длина камеры масс-анализатора (м), t – время, за которое частица пролетает камеру (с). Следовательно,

$$t = L \sqrt{\frac{m}{2qU}}$$

Таким образом, интервал времени между регистрируемыми событиями составляет

$$\Delta t = t_{720} - t_{696} = \frac{L}{\sqrt{2qU}} (\sqrt{m_{720}} - \sqrt{m_{696}})$$

$$\Delta t = \frac{20 \cdot 10^{-2}}{\sqrt{2 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 2000}} \cdot \left(\sqrt{720 \cdot 1,66 \cdot 10^{-27}} - \sqrt{696 \cdot 1,66 \cdot 10^{-27}} \right) = 1,45 \cdot 10^{-7} \text{ с} = 145 \text{ нс}$$

3. Из решения предыдущего пункта следует, что время, за которое фрагмент преодолевает камеру масс-анализатора, прямо пропорционально корню из массы и обратно пропорционально корню из заряда:

$$t = \frac{L}{\sqrt{2U}} \sqrt{\frac{m}{q}}$$

Следовательно, время, за которое фрагменты с равными массами, но с зарядами $1,6 \cdot 10^{-19}$ Кл и $3,2 \cdot 10^{-19}$ Кл преодолеют камеру масс-анализатора, отличается в $\sqrt{2}$ раз. Таким образом, подобные фрагменты различить можно.



Физика для школьников 7 – 11 класса (отборочный этап)
Решение задачи 3. Разделение углеводородов

1. На конденсат, находящийся в порах мембраны, помимо силы тяжести действует сила поверхностного натяжения. Масса жидкого бутана, содержащегося в одной поре, равна

$$m = \rho V$$

$$m = \rho \pi r^2 h$$

Значит, сила тяжести составляет

$$F_T = mg$$

$$F_T = \rho \pi r^2 h g$$

$$F_T = 601,3 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3} \cdot 3,14 \cdot 40 \cdot 10^{-9} \text{ м}^2 \cdot 200 \cdot 10^{-6} \text{ м} \cdot 9,8 \frac{\text{м}}{\text{с}^2} = 5,9 \cdot 10^{-15} \text{ Н}$$

Сила поверхностного натяжения:

$$F_H = \sigma L$$

$$F_H = 2\pi r \sigma$$

где L – длина окружности, ограничивающей мениск жидкости.

$$F_H = 2 \cdot 3,14 \cdot 40 \cdot 10^{-9} \text{ м} \cdot 11,3 \cdot 10^{-3} \frac{\text{Н}}{\text{м}} = 2,8 \cdot 10^{-9} \text{ Н}$$

Поскольку сила поверхностного натяжения значительно превышает силу тяжести, жидкий бутан не будет вытекать из поры.

2. В начальный момент времени поры мембраны заполнены конденсатом, который будет препятствовать проникновению метана. Напротив, жидкий бутан, заполняющий поры, будет испаряться в верхней части сосуда, где его давление ниже давления насыщенных паров. Следовательно, в начальный момент времени преимущественно будет проникать бутан, конденсируясь в порах мембраны со стороны нижней части сосуда и испаряясь из пор в верхней части сосуда. Диффузия метана будет сильно ограничена его растворимостью в жидком бутане.
3. Объем мембраны равен

$$V = Sh$$

Так как поры занимают лишь 20% от объема мембраны, то их суммарный объем равен

$$V_{\Pi} = Sh\omega$$

Поскольку жидкий бутан целиком заполняет поры, объем конденсата равен объему пор, а масса жидкого бутана равна

$$m = \rho V_{\Pi}$$

$$m = \rho Sh\omega$$

$$m = 601,3 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3} \cdot 10 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2 \cdot 200 \cdot 10^{-6} \text{ м} \cdot 0,2 = 2,4 \cdot 10^{-5} \text{ кг} = 24 \text{ мг.}$$

4. Определим количество бутана в сосуде. Оно складывается из газообразного бутана в верхней части сосуда (v_1), газообразного бутана в нижней части сосуда (насыщенных паров, v_2), конденсата на дне сосуда (v_3) и конденсата в порах мембраны (v_4). По уравнению Клапейрона-Менделеева

$$pV = \nu RT$$

$$\nu = \frac{pV}{RT}$$

$$\nu_1 = \frac{p_1 V_1}{RT} = \frac{0,1 \cdot 101325 \text{ Па} \cdot 2 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3}{8,31 \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}} \cdot (27 + 273) \text{ К}} = 0,0081 \text{ моль}$$

$$\nu_2 = \frac{p_0 (V_2 - V_L)}{RT} = \frac{2,53 \cdot 101325 \text{ Па} \cdot (1 - 0,012) \cdot 10^{-3} \text{ м}^3}{8,31 \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}} \cdot (27 + 273) \text{ К}} = 0,1016 \text{ моль}$$

При расчёте ν_2 учтено, что давление газообразного бутана равно давлению насыщенных паров (2,53 атм), а объём, занимаемый газом, равен объёму нижней части сосуда за вычетом объёма, занимаемого жидкостью.

Количество жидкого бутана на дне сосуда определим, рассчитав его массу.

$$\nu_3 = \frac{m}{M} = \frac{\rho V_L}{M}$$

$$\nu_3 = \frac{601,3 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3} \cdot 12 \cdot 10^{-6} \text{ м}^3}{5,8 \cdot 10^{-2} \frac{\text{кг}}{\text{моль}}} = 0,1244 \text{ моль}$$

Аналогично найдём количество жидкого бутана, содержащегося в порах мембраны.

$$\nu_4 = \frac{2,4 \cdot 10^{-5} \text{ кг}}{5,8 \cdot 10^{-2} \frac{\text{кг}}{\text{моль}}} = 0,0004 \text{ моль}$$

Следовательно, суммарное количество бутана равно

$$\nu = \nu_1 + \nu_2 + \nu_3 + \nu_4$$

$$\nu = 0,0081 + 0,1016 + 0,1244 + 0,0004 = 0,2345 \text{ моль}$$

Суммарный объём сосуда равен

$$V = V_1 + V_2$$

$$V = 2 \text{ л} + 1 \text{ л} = 3 \text{ л} = 3 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3$$

По уравнению Клапейрона-Менделеева

$$p = \frac{\nu RT}{V}$$

$$p = \frac{0,2345 \text{ моль} \cdot 8,31 \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}} \cdot 300\text{К}}{3 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3} = 194870 \text{ Па} = 1,92 \text{ атм}$$

Рассчитанное давление меньше давления насыщенных паров бутана, значит, эта величина и есть искомое давление после установления равновесия.



Физика для школьников 7 – 11 класса (отборочный этап)
Решение задачи 4. Эпитаксия нанослоя

1. Низкое давление необходимо для увеличения длины свободного пробега молекул распыляемого вещества.
2. Общее число молекул найдем, выразив объемную концентрацию по формуле

$$p = nkT$$

$$N = \frac{p}{kT} V = \frac{10^{-6} \text{ Па}}{1.3 \cdot 10^{-23} \text{ Дж/К} \cdot 293 \text{ К}} 22 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3 \approx 5.4 \cdot 10^{12}$$

3. Интенсивное испарение при столь низком давлении будет происходить без плавления, т. е. вещества будут возгоняться. Данная в условии зависимость давления насыщенных паров от температуры позволяет определить точку при которой начнется интенсивное испарение. Для As $T_{As} \approx 420 \text{ К}$, а для Al $T_{Al} \approx 940 \text{ К}$. При указанных температурах давление насыщенных паров этих веществ сравнивается с давлением воздуха в камере. Чтобы найти тепловую энергию, необходимую для нагрева навесок (кусочков) этих веществ, найдем табличные значения удельной теплоемкости и запишем Q_{As} и Q_{Al} :

$$Q = cm\Delta T$$

$$Q_{As} = 328 \text{ Дж/(кг} \cdot \text{К)} \cdot 5 \cdot 10^{-3} \text{ кг} \cdot (420\text{К} - 293\text{К}) \approx 208\text{Дж}$$

$$Q_{Al} = 904 \text{ Дж/(кг} \cdot \text{К)} \cdot 5 \cdot 10^{-3} \text{ кг} \cdot (940\text{К} - 293\text{К}) \approx 2911\text{Дж}$$

$$P_{As} = \frac{Q_{As}}{\tau} = 3 \text{ Вт}$$

$$P_{Al} = \frac{Q_{Al}}{\tau} = 48 \text{ Вт}$$

4. Среднеквадратичные скорости молекул найдем, используя теорему о равномерном распределении энергии по степеням свободы:

$$\frac{3kT}{2} = \frac{4m_{As}\langle V_{As}^2 \rangle}{2}$$

$$\frac{3kT}{2} = \frac{m_{Al}\langle V_{Al}^2 \rangle}{2}$$

$$\langle V_{As} \rangle = \sqrt{\frac{3kT}{4m_{As}}} = \sqrt{\frac{3 \cdot 1.38 \cdot 10^{-23} \text{ Дж/К} \cdot 420\text{К}}{2 \cdot 74 \cdot 1.6 \cdot 10^{-27} \text{ кг}}} \approx 185 \text{ м/с}$$

$$\langle V_{Al} \rangle = \sqrt{\frac{3kT}{m_{Al}}} = \sqrt{\frac{3 \cdot 1.38 \cdot 10^{-23} \text{ Дж/К} \cdot 940\text{К}}{26 \cdot 1.6 \cdot 10^{-27} \text{ кг}}} \approx 938 \text{ м/с}$$



Физика для школьников 7 – 11 класса (отборочный этап)
Решение задачи 5. Нанонити для термоэлектричества

1. Поток тепла Φ в случае установившегося распределения температуры связан с перепадом температур ΔT на концах как раз через коэффициент теплопроводности λ :

$$\Phi = \lambda \frac{\Delta T}{\Delta l}$$

$$\lambda_1 = \frac{Q \Delta l}{S \tau \Delta T} = \frac{65 \text{ нДж}}{\pi \cdot 10^2 \text{ нм}^2 \cdot 1 \text{ сек}} \frac{200 \text{ нм}}{600 \text{ К}} = 0,068 \text{ Вт}/(\text{мК})$$

2. Аналогично п.1:

$$\lambda_2 = \frac{Q \Delta l}{S \tau \Delta T} = \frac{30 \text{ мкДж}}{\pi \cdot 100^2 \text{ нм}^2 \cdot 1 \text{ сек}} \frac{1 \text{ мкм}}{1000 \text{ К}} = 95 \text{ Вт}/(\text{мК})$$

3. Для использования в термоэлектрических элементах следует выбрать нанонити SnSe, т. к. они обладают меньшим коэффициентом теплопроводности.
4. Более низкая теплопроводность нанонитей по сравнению с объемным материалом обеспечивает более высокую эффективность преобразования тепловой энергии в электрическую. При этом нанонити должны обладать высокой электропроводностью.



Физика для школьников 7 – 11 класса (отборочный этап)
Решение задачи 6. Наночастица в живой ткани

1. Заряд наночастицы

$$Q = \frac{4}{3}\pi R^3 \rho = \frac{4}{3}\pi (20 \cdot 10^{(-9)} \text{ м})^3 \cdot 0.15 \cdot 10^9 \text{ Кл/м}^3 \approx 5.0 \cdot 10^{-15} \text{ Кл}$$

($R = D/2$).

2. Энергия взаимодействия:

$$W = q(\varphi_1 + \varphi_2 + \varphi_3) = \frac{qQ}{4\pi\epsilon_0 r_1} + \frac{qQ}{4\pi\epsilon_0 r_2} + \frac{qQ}{4\pi\epsilon_0 r_3} = \frac{q\rho R^3}{3\epsilon_0} \left(\frac{1}{R+b} + \frac{2}{\sqrt{(R+b)^2 + a^2}} \right) \approx -2.45 \cdot 10^{-15} \text{ Дж},$$

где $\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3$ – потенциалы в точках, где расположены отрицательные заряды олигосахаридов.

3. Если наночастица будет покрыта заряженным слоем, то полный заряд наночастицы и оболочки будет равен:

$$Q_N = \frac{4}{3}\pi\rho R^3 - \frac{4}{3}\pi\rho((R+d)^3 - R^3) = \frac{4}{3}\pi\rho(2R^3 - (R+d)^3) \approx 2,35 \cdot 10^{-16} \text{ Кл}$$

4. Энергия взаимодействия:

$$W = \frac{qQ_N}{4\pi\epsilon_0 r_1} + \frac{qQ_N}{4\pi\epsilon_0 r_2} + \frac{qQ_N}{4\pi\epsilon_0 r_3} = -0.11 \cdot 10^{-15} \text{ Дж}$$

По модулю она уменьшится приблизительно в 22 раза.



Физика для школьников 7 – 11 класса (отборочный этап)
Решение задачи 7. Ионное травление

1. По второму закону Ньютона:

$$ma_y = qE_0 \cos(\omega t)$$

Скорость и координата также изменяются по гармоническому закону, поэтому:

$$A\omega^2 = \frac{qE_0}{m}$$

где $A = l$, следовательно

$$\omega = \sqrt{\frac{qE}{lm}} = \sqrt{\frac{1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Кл} \cdot 0,05 \text{ В/м}}{0,5 \text{ м} \cdot 40 \cdot 1,6 \cdot 10^{-27} \text{ кг}}} = 500 \text{ рад/с}$$

2. Когда ион находится только в магнитном поле:

$$m\vec{a} = q[\vec{v}\vec{B}] \Rightarrow \frac{mv_x^2}{r} = qv_x B$$

$$r = \frac{mv \sin(30^\circ)}{qB} = \frac{40 \cdot 1,6 \cdot 10^{-27} \text{ кг} \cdot 100 \text{ м/с} \cdot \sin(30^\circ)}{1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Кл} \cdot 10^{-3} \text{ Тл}} = 2 \text{ см.}$$

Максимальное расстояние — это диаметр $D = 4 \text{ см.}$

3. Движение ионов в магнитном поле происходит по спирали.



Физика для школьников 7 – 11 класса (отборочный этап)
Решение задачи 8. Наноробот

1. 2 закон Ньютона:

$$mg - F_A - rv = 0$$

$$F_A \ll mg \Rightarrow mg - rv = 0$$

$$r = \frac{mg}{v} = \frac{\rho V g}{v} = \frac{\rho \cdot \pi \left(\frac{D}{2}\right)^2 l \cdot g}{v}$$

$$r = \frac{19,32 \cdot 10^3 \cdot \pi \cdot \left(\frac{300 \cdot 10^{-9}}{2}\right)^2 \cdot 6 \cdot 10^{-6} \cdot 9,8}{10 \cdot 10^{-9}} \approx 8 \cdot 10^{-6} \frac{\text{Н} \cdot \text{с}}{\text{м}}$$

2. 2 закон Ньютона:

$$qE - rv' = 0$$

Плоскопараллельные электроды – однородное э/с поле , следовательно

$$E = \frac{U}{d}$$

$$q \frac{U}{d} - rv' = 0$$

$$v' = \frac{qU}{dr}$$

$$v' = \frac{8 \cdot 10^{-12} \cdot 2}{1 \cdot 10^{-2} \cdot 8 \cdot 10^{-6}} \approx 200 \text{ мкм/с}$$



Физика для школьников 7 – 11 класса (отборочный этап)
Решение задачи 9. Нанопинцет

1. По теореме Гаусса для одного заряженного цилиндра напряженность поля на расстоянии $r > d/2$:

$$E(r) \cdot 2\pi r \cdot h = \frac{\lambda \cdot h}{\epsilon_0}$$

$$E(r) = \frac{\lambda}{2\pi r \epsilon_0}$$

Напряженность поля обоих цилиндров в точке А:

$$E(A) = \frac{2\lambda}{2\pi \frac{l+d}{2} \epsilon_0} = \frac{2\lambda}{\pi(l+d)\epsilon_0}$$

$$E(A) = \frac{2 \cdot 0,088 \cdot 10^{-19} \cdot 10^9}{\pi \cdot (2 \cdot 10^{-6} + 50 \cdot 10^{-9}) \cdot 8,85 \cdot 10^{-12}} \approx 0,31 \frac{\text{МВ}}{\text{м}}$$

2. Напряженность поля в точке В:

$$E(B) = E_1(B) + E_2(B) = \frac{\lambda}{2\pi \left(\frac{d}{2} + r\right) \epsilon_0} + \frac{\lambda}{2\pi \left(\frac{d}{2} + l - r\right) \epsilon_0}$$

$$= \frac{\lambda}{2\pi \epsilon_0} \left(\frac{1}{\frac{d}{2} + r} + \frac{1}{\frac{d}{2} + l - r} \right)$$

$$E(B) = \frac{0,088 \cdot 10^{-19} \cdot 10^9}{2 \cdot \pi \cdot 8,85 \cdot 10^{-12}} \left(\frac{1}{\frac{50 \cdot 10^{-9}}{2} + 400 \cdot 10^{-9}} + \frac{1}{\frac{50 \cdot 10^{-9}}{2} + 2 \cdot 10^{-6} - 400 \cdot 10^{-9}} \right) \approx 0,47 \frac{\text{МВ}}{\text{м}}$$



Физика для школьников 7 – 11 класса (отборочный этап)
Решение задачи 10. «Эффект миража»

1.

$$\Delta x = d(\operatorname{tg}\alpha - \operatorname{tg}\alpha_0) \approx d(\sin\alpha - \sin\alpha_0)$$

Закон Снеллиуса:

$$\frac{\sin\alpha}{\sin\alpha_0} = \frac{n_0}{n}$$

$$\sin\alpha = \sin\alpha_0 \cdot \frac{n_0}{n}$$

$$\Delta x = d \left(\sin\alpha_0 \cdot \frac{n_0}{n} - \sin\alpha_0 \right) = d \sin\alpha_0 \frac{n_0 - n}{n}$$

$$n = n_0 - a(T - T_0)$$

$$\Delta x = d \sin\alpha_0 \frac{a(T - T_0)}{n_0 - a(T - T_0)} \approx d \alpha_0 \frac{a(T - T_0)}{n_0 - a(T - T_0)}$$

$$\Delta x = 1 \cdot 10^{-2} \cdot 1 \cdot \frac{\pi}{180} \cdot \frac{0,9 \cdot 10^{-4} \cdot 90}{1,333 - 0,9 \cdot 10^{-4} \cdot 90} \approx 1 \text{ мкм}$$

2.

$$\Delta x = 1 \cdot 10^{-2} \cdot 1 \cdot \frac{\pi}{180} \cdot \frac{4,3 \cdot 10^{-4} \cdot 90}{1,3284 - 4,3 \cdot 10^{-4} \cdot 90} \approx 5 \text{ мкм}$$

3. Воду использовать нельзя, так как смещение луча на $\Delta x = 1$ мкм меньше размера пикселя в матрице детектора, и оно может быть не зарегистрировано.

Метанол использовать можно благодаря тому, что в этом случае смещение луча $\Delta x = 5$ мкм в 2 раза превышает размер пикселя в матрице.