



**Математика для школьников 7 – 11 класса (заключительный этап)
 Вариант IV. Решения**

Решение задачи 1. Многогранность диатомовых водорослей (8 баллов)

1. Запишем теорему Эйлера для рассматриваемого многогранника:

$$V = 5F_5/3 + 6F_6/3 + 7F_7/3 = 972$$

(каждый n -угольник дает n вершин, но каждая вершина принадлежит трем многоугольникам),

$$E = 5F_5/2 + 6F_6/2 + 7F_7/2$$

(каждый n -угольник дает n ребер, но каждое ребро принадлежит двум многоугольникам),

$$F = F_5 + F_6 + F_7.$$

Тогда

$$5F_5/3 + 6F_6/3 + 7F_7/3 - (5F_5/2 + 6F_6/2 + 7F_7/2) + F_5 + F_6 + F_7 = 2$$

$$F_5 - F_7 = 12$$

Рассчитаем число граней разных типов:

$$F_7 = 122$$

$$F_5 = 12 + F_7 = 12 + 122 = 134$$

$$F_6 = 0,5(V - 5F_5/3 - 7F_7/3) = 0,5(972 - 5 \cdot (12 + 122)/3 - 7 \cdot 122/3) = 232$$

2. Площадь поверхности многогранника равна сумме площадей составляющих его многоугольников, помноженных на общее число многоугольников каждого вида:

$$S = F_5 \cdot S_5 + F_6 \cdot S_6 + F_7 \cdot S_7.$$

Площадь любого равностороннего многоугольника можно приблизить суммой площадей равносторонних треугольников

$$S_3 = 0,5d^2 \sin 60^\circ = d^2 \sqrt{3}/4:$$

$$S = 5F_5 \cdot S_3 + 6F_6 \cdot S_3 + 7F_7 \cdot S_3$$

$$S = S_3(5(12 + F_7) + 6F_6 + 7F_7)$$

$$S = 6S_3(10 + 2F_7 + F_6)$$

$$S = 6S_3(10 + 2 \cdot 122 + 232)$$

$$S = 2916S_3$$

$$S = 2916d^2\sqrt{3}/4 = 1239,3 \text{ мкм}^2$$

Чтобы оценить диаметр «панциря», приравняем рассчитанную ранее величину площади поверхности к площади поверхности сферы:

$$S = \pi D^2.$$

Тогда диаметр этой сферы равен

$$D = \sqrt{\frac{S}{\pi}} = \sqrt{\frac{1239,3}{3,1}} = 20 \text{ мкм}$$

Решение задачи 2. Палиндром (8 баллов)

1. Рассчитаем вероятность того, что последовательность длиной x нуклеотидов является ДНК-палиндромом:

- всего возможно 4^x вариантов последовательностей нуклеотидов;
- поскольку, чтобы задать ДНК-палиндром, достаточно задать его первую половину (вторая половина однозначно следует из первой по правилам комплементарности, то есть, ее вероятность равна единице), то всего возможно $4^{x/2}$ вариантов палиндромов;
- тогда вероятность палиндрома длиной x составляет

$$P = \frac{4^{x/2}}{4^x} = \frac{1}{4^{x/2}}.$$

Следовательно, зная величину $P = 1/4096$, мы можем рассчитать значение x :

$$x = 2\log_4(1/P) = 2\log_4 4096 = \log_2 4096 = 12.$$

2. Рассчитаем вероятность того, что случайная последовательность длиной $(2b + 4 + 2)$ нуклеотидов является частичным ДНК-палиндромом, «ножка» которого имеет длину, точно равную b нуклеотидов, а «петля» – 4 нуклеотида:

- для $b = 6$ нуклеотидов всего возможно 4^{18} вариантов последовательностей;
- «ножку» длиной 6 нуклеотидов можно получить 4^6 способами;
- 4 из 4^2 вариантов концевых нуклеотидов последовательности длиной $2 \cdot 6 + 6 = 18$ нуклеотидов отвечают случаю частичного ДНК-палиндрома с «ножкой» длиной $6 + 1 = 7$ нуклеотидов, следовательно, остальные 12 отвечают частичному ДНК-палиндрому с «ножкой» длиной 6 нуклеотидов;
- 4^3 из 4^4 вариантов последовательности 4 нуклеотидов «петли» отвечают частичному ДНК-палиндрому с «ножкой» длиной $6 + 1 = 7$ нуклеотидов, следовательно, $3 \cdot 4^3$ отвечают частичному ДНК-палиндрому с «ножкой» длиной 6 нуклеотидов;

- тогда вероятность составляет

$$\frac{3 \cdot 4 \cdot 4^b \cdot 3 \cdot 4^3}{4^{2b+6}} = \frac{9}{4^{b+2}} = 9 \cdot 4^{-8} = 1,4 \cdot 10^{-4}.$$

Решение задачи 3. Читая суперпамять (8 баллов)

1. Предположим, что наноструктуры расположены по спирали диаметром $D = 10$ см и шириной витка $A = 1$ мкм. Тогда общее число витков находим, разделив радиус диска на ширину витка:

$$N = D/(2A) = 0,1/(2 \cdot 10^{-6}) = 0,5 \cdot 10^5$$

В свою очередь, N оборотов диск совершит за время

$$t = N/1000 = 0,5 \cdot 10^5 / 1000 = 50 \text{ мин}$$

2. Один оборот диск совершает за $1/1000$ минут. Максимальное количество информации содержится во внешнем витке, следовательно, поскольку все витки считываются за одинаковое время, при его чтении будет достигнута максимальная скорость.

Длина внешнего витка составляет $\pi(D - A)$, а общее число наноструктур в этом витке равно $\pi(D - A)/A$. Тогда объем информации, который можно считать при его прохождении, составляет

$$I_1 = \pi(D - A)/A \cdot 8 = 3,1(0,1 - 10^{-6})/10^{-6} \cdot 8 = 2479975,2 \text{ бит.}$$

Что отвечает скорости чтения

$$\tau = I_1 \cdot 1000 = 309996,9 \cdot 8 \cdot 1000 \text{ бит/мин}$$

$$\tau = 309996,9 \cdot 8 \cdot 1000 / (8 \cdot 60) \text{ байт/сек}$$

$$\tau = 5166615 \text{ байт/сек}$$

3. Найдем длину спирали L , рассчитав ее площадь двумя способами – как площадь круга диаметром D и как площадь прямоугольника длиной L и шириной A :

$$\pi D^2 / 4 = LA$$

$$L = \pi D^2 / (4A)$$

Рассчитаем общее число наноструктур для диска:

$$M = L/A = \pi D^2 / (4A^2) = 3,1 \cdot 0,1^2 / (4 \cdot 10^{-6 \cdot 2}) = 0,775 \cdot 10^{10}$$

Тогда объем записанной информации

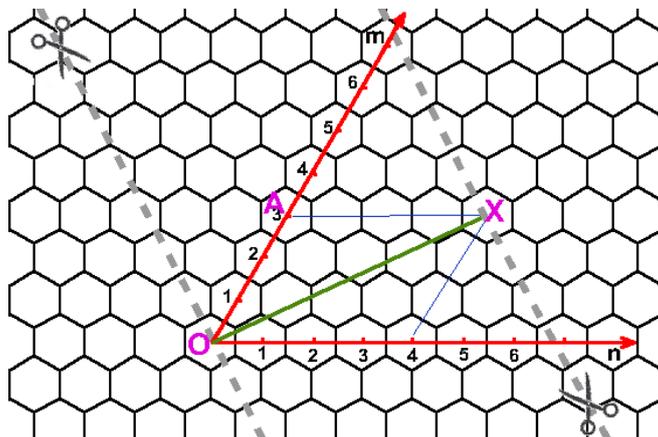
$$I = M \cdot 8 = 0,775 \cdot 10^{10} \cdot 8 = 6,2 \cdot 10^{10} \text{ бит} = 0,775 \cdot 10^{10} \text{ байт}$$

Решение задачи 4. Перегруппировка нанотрубки (8 баллов)

Поскольку общее число атомов, а, следовательно, и шестиугольников неизменно, то площадь боковой поверхности УНТ не меняется:

$$P_1 L_1 = P_2 L_2,$$

где P – периметр УНТ, равный длине отрезка OX , а L – длина УНТ.



Рассчитаем длину P , применив теорему косинусов к треугольнику OAX :

$$P = \sqrt{(\sqrt{3}an)^2 + (\sqrt{3}am)^2 - \sqrt{3}an \cdot \sqrt{3}am \cdot \cos(120^\circ)} = \sqrt{3}a\sqrt{n^2 + nm + m^2},$$

где a – сторона шестиугольника графеновой сетки (длина связи C–C).

Тогда

$$L_2/L_1 = P_1/P_2 = \frac{\sqrt{3}a\sqrt{n_1^2 + n_1m_1 + m_1^2}}{\sqrt{3}a\sqrt{n_2^2 + n_2m_2 + m_2^2}} = \frac{\sqrt{n_1^2 + n_1m_1 + m_1^2}}{\sqrt{n_2^2 + n_2m_2 + m_2^2}} = \frac{\sqrt{301}}{\sqrt{43}} = \sqrt{7} = 2,6.$$

Решение задачи 5. Композитное волокно (8 баллов)

1. Пусть длина отдельного волокна равна L , тогда его объем равен

$$V_1 = \pi r_{\text{вол}}^2 L, \tag{1}$$

а объем одной нити PS, длина которой равна длине всего волокна L , –

$$V_2 = \pi r_{\text{PS}}^2 L. \tag{2}$$

Тогда объемная доля PS в волокне (а, следовательно, и в исходной полимерной массе), составляет

$$\omega = NV_2/V_1 = N\pi r_{\text{PS}}^2 L / \pi r_{\text{вол}}^2 L = Nr_{\text{PS}}^2 / r_{\text{вол}}^2, \tag{3}$$

где N – общее число нитей PS в композитном волокне.

В то же время, на площадь поперечного сечения $A = 5800 \text{ нм}^2$ приходится одна нить PS, тогда общее число нитей PS в композитном волокне составляет

$$N = \pi r_{\text{вол}}^2 / A. \quad (4)$$

Подставляя (4) в (3), получаем

$$\omega = (\pi r_{\text{вол}}^2 / A) \cdot r_{\text{PS}}^2 / r_{\text{вол}}^2 = \pi r_{\text{PS}}^2 / A = 3,1 \cdot 25^2 / 5800 = 0,33. \quad (5)$$

В объеме исходной полимерной массы на куб с ребром $2R_{\text{PS}} + L$ приходится одна капля PS объемом

$$V_{\text{PS}} = 4\pi R_{\text{PS}}^3 / 3. \quad (6)$$

В это случае объемная доля PS составляет

$$\omega = V_{\text{PS}} / (2R_{\text{PS}} + L)^3 = 4\pi R_{\text{PS}}^3 / 3 / (2R_{\text{PS}} + L)^3. \quad (7)$$

Тогда расстояние между каплями PS (с учетом (5)) равно

$$L = \sqrt[3]{\frac{4\pi R_{\text{PS}}^3}{3\omega}} - 2R_{\text{PS}} = \left(\sqrt[3]{\frac{4\pi}{3\omega}} - 2 \right) R_{\text{PS}} = \left(\sqrt[3]{\frac{4A}{3r_{\text{PS}}^2}} - 2 \right) R_{\text{PS}} = 29,1. \quad (8)$$

Решение задачи 6. Нанокластеры из треугольных слоев (20 баллов)

1. Общее число атомов металла N_0 в плоском треугольном слое равно сумме последовательности первых n натуральных чисел:

$$N_0(n) = T(n) = \sum_{m=1}^n m = n(n+1)/2.$$

2.

- а) Общее число атомов в нанокластере в форме равносторонней треугольной призмы, на ребро которой приходится n атомов, равно сумме атомов в n равносторонних треугольниках, на ребро которых приходится n атомов. Число атомов в таком равностороннем треугольнике, в свою очередь, равно сумме последовательности натуральных чисел от 1 до n , $T(n)$:

$$N_{3p}(n) = nN_0(n) = n^2(n+1)/2.$$

- б) Общее число атомов в нанокластере в форме тетраэдра, на ребро которого приходится n атомов, равно сумме атомов в n равносторонних треугольниках, на ребра которых приходится от 1 до n атомов:

$$N_{td}(n) = \sum_{m=1}^n N_0(m) = \sum_{m=1}^n [m(m+1)/2] = (n^3 + 3n^2 + 2n)/6.$$

- в) Удлиненная треугольная бипирамида может быть представлена как сочетание равносторонней треугольной призмы, на ребро которой приходится n атомов, и

двух тетраэдров, на каждое ребро которых приходится по $(n - 1)$ атому. Тогда общее число атомов в нанокластере в форме удлинённой треугольной бипирамиды составляет:

$$N_{збр}(n) = N_{зп}(n) + 2N_{td}(n - 1) = n^2(n + 1)/2 + 2 \cdot ((n - 1)^3 + 3(n - 1)^2 + 2(n - 1))/6 = (5n^3 + 3n^2 - 2n)/6.$$

3. Запишем уравнение согласно условию:

$$N_{зп}(n + 1) = N_{збр}(n)$$

Преобразуя, получаем:

$$(n + 1)^2(n + 2)/2 = (5n^3 + 3n^2 - 2n)/6$$

$$n^3 - 9n^2 - 17n - 6 = 0$$

Находим корни кубического уравнения:

$$(n + 1)(n - 6)(2n - 1) = 0$$

Условию $n > 1$ удовлетворяет только один корень, $n = 6$.

4.

а) Число атомов в поверхностном слое нанокластера в форме равносторонней треугольной призмы, на ребро которой приходится n атомов, составляет:

$$M_{зпр}(n) = 2T(n) \text{ (тр. грани)} + 3n^2 \text{ (кв. грани)} - 9n \text{ (учет повтора ребер)} + 6 \text{ (вершины)}$$

$$M_{зпр}(n) = 2 \cdot n^2(n + 1)/2 + 3n^2 - 9n + 6 = 4n^2 - 8n + 6.$$

б) Число атомов в поверхностном слое нанокластера в форме тетраэдра, на ребро которого приходится n атомов, составляет:

$$M_{td}(n) = 4T(n) \text{ (тр. грани)} - 6n \text{ (учет повтора ребер)} + 4 \text{ (вершины)}$$

$$M_{td}(n) = 4 \cdot n^2(n + 1)/2 - 6n + 4 = 2n^2 - 4n + 4.$$

в) Число атомов в поверхностном слое нанокластера в форме удлинённой треугольной бипирамиды, на ребро которой приходится n атомов, составляет:

$$M_{збр}(n) = 6T(n) \text{ (тр. грани)} + 3n^2 \text{ (кв. грани)} - 15n \text{ (учет повтора ребер)} + 8 \text{ (вершины)}$$

$$M_{збр}(n) = 6 \cdot n^2(n + 1)/2 + 3n^2 - 15n + 8 = 6n^2 - 12n + 8.$$

5. Запишем уравнение согласно условию:

$$2N_{td}(n) = M_{збр}(n)$$

$$2 \cdot (n^3 + 3n^2 + 2n)/6 = 6n^2 - 12n + 8$$

$$n^3 - 15n^2 + 38n - 24 = 0$$

$$(n - 1)(n - 2)(n - 12) = 0$$

Условию $n > 1$ удовлетворяют два корня, $n = 2$ и $n = 12$.

6.

а) $N_{td}(12) = 364$, $N_{збр}(12) = 1508$. $M_{td}(12) = 244$, $M_{збр}(12) = 728$.

б) Рассмотрим многогранник, вершины которого лежат в центрах атомов, расположенных в вершинах нанокластера с ребром, на которое приходится n атомов металла. Обозначим длину ребра такого многогранника как a . Тогда $a = 2r(n - 1)$, где r – радиус атома металла.

Тогда диаметр сферы, ограничивающей нанокластер в форме тетраэдра, равен:

$$D_{td} = 2R_{td} + 2r = 2 \cdot \sqrt{6}/4 \cdot a + 2r = \sqrt{6} r(n - 1) + 2r$$

Диаметр сферы, ограничивающей нанокластер в форме равносторонней удлинённой треугольной бипирамиды, в свою очередь, равен сумме высот равносторонней треугольной призмы и двух высот тетраэдров:

$$D_{збр} = a + 2 \cdot \sqrt{6}/3a + 2r = 2r(n - 1) + 2 \cdot \sqrt{6}/3 \cdot 2r(n - 1) + 2r = 2rn + 4 \cdot \sqrt{6}/3r(n - 1)$$

Максимальным из найденных значений является $n = 12$ ($12 > 2$).

Размер нанокластера в форме тетраэдра составляет:

$$D_{td} = \sqrt{6} \cdot 0,144 \cdot 11 + 2 \cdot 0,144 = 4,168 \text{ нм.}$$

Размер нанокластера в форме удлинённой треугольной бипирамиды составляет:

$$D_{збр} = 2 \cdot 0,144 \cdot 12 + 4 \cdot \sqrt{6}/3 \cdot 0,144 \cdot 11 = 8,483 \text{ нм.}$$

Решение задачи 7. Рекордный каркас (20 баллов)

1. Запишем теорему Эйлера для выпуклых многогранников:

$$V - E + F = 2,$$

где для многогранника, составленного из треугольников и квадратов, сходящихся в каждой вершине по четыре,

$$\text{число вершин } V = 3/4F_3 + 4/4F_4,$$

$$\text{число ребер } E = 3/2F_3 + 4/2F_4 = 2V,$$

$$\text{число граней } F = F_3 + F_4.$$

Тогда

$$3/4F_3 + 4/4F_4 - 3/2F_3 - 4/2F_4 + F_3 + F_4 = 2$$

$$1/4F_3 = 2$$

$$F_3 = 8$$

Выведем из формулы Эйлера значение **F** и запишем его через параметры (**a**, **b**) для каркаса:

$$F = 2 - V + E = 2 - V + 2V = 2 + V$$

$$F = 2 + M = 2 + 6(a^2 + b^2)$$

Тогда

$$F_4 = F - F_3 = 2 + M - 8 = M - 6 = 6(a^2 + b^2) - 6.$$

- а) Самая маленькая МОКС задается коэффициентами (1,0), что соответствует **M** = 6. Число органических «мостиков» в структуре любой МОКС равно числу ребер соответствующего ей многогранника (поскольку в каждой вершине сходится по четыре ребра и каждое из этих ребер приходится на две вершины, то число ребер в два раза превышает число вершин):

$$L = 2M = 12,$$

$$F_3 = 8,$$

$$F_4 = M - 6 = 6 - 6 = 0.$$

Многогранник, имеющий 6 вершин, 12 ребер и 8 треугольных граней, сходящихся в вершинах по 4, – это октаэдр.

- б) Для многогранника, в котором все треугольные грани имеют попарно общие вершины, общее число вершин равно **M** = 8·3/2 = 12 (каждая из восьми треугольных граней имеет 3 вершины, но каждая из этих вершин принадлежит одновременно двум треугольным граням). Это отвечает уравнению $a^2 + b^2 = 2$, которое имеет только одно решение в целых неотрицательных числах, (1,1).

$$L = 2M = 24,$$

$$F_3 = 8,$$

$$F_4 = M - 6 = 12 - 6 = 6.$$

Многогранник, составленный из 8 треугольников и 6 квадратов и имеющий 12 вершин и 24 ребра, сходящихся в вершинах по 4, – это кубookтаэдр.

- в) Для многогранника, в котором треугольные грани разделены между собой, общее число вершин равно **M** = 8·3 = 24 (каждая из восьми треугольных граней имеет 3 вершины, треугольники не имеют общих вершин). Это отвечает уравнению $a^2 + b^2 = 4$, которое (с точностью до перестановки) имеет только одно решение в целых неотрицательных числах, (2,0).

$$L = 2M = 48,$$

$$F_3 = 8,$$

$$F_4 = M - 6 = 24 - 6 = 18.$$

2. По условию, общее число элементов в рекордном каркасе $M + L = 144$.

Поскольку $L = 2M$, то число атомов металла составляет $M = 144/3 = 48$. Это отвечает уравнению $a^2 + b^2 = 8$, которое имеет только одно решение в целых неотрицательных числах, (2,2).

$$L = 2M = 96,$$

$$F_3 = 8,$$

$$F_4 = M - 6 = 48 - 6 = 42.$$

3. Запишем теорему Эйлера для выпуклых многогранников:

$$V - E + F = 2,$$

где для многогранника, составленного из треугольников, квадратов и пятиугольников, сходящихся в каждой вершине по четыре,

$$\text{число вершин } V = 3/4F_3 + 4/4F_4 + 5/4F_5,$$

$$\text{число ребер } E = 3/2F_3 + 4/2F_4 + 5/2F_5 = 2V,$$

$$\text{число граней } F = F_3 + F_4 + F_5.$$

Тогда

$$3/4F_3 + 4/4F_4 + 5/4F_5 - 3/2F_3 - 4/2F_4 - 5/2F_5 + F_3 + F_4 + F_5 = 2$$

$$1/4F_3 - 1/4F_5 = 2$$

$$F_3 = F_5 + 8$$

Поскольку все вершины одинаковы, то условие «в каждой вершине сходятся одна треугольная, две квадратные и одна пятиугольная грань» можно записать как

$$3F_3:4F_4:5F_5 = 1:2:1.$$

Откуда следует, что

$$3F_3 = 5F_5$$

$$3(F_5 + 8) = 5F_5$$

$$F_5 = 12.$$

По условию, общее число элементов в МОКС-II-144 равно $M + L = 144$. Поскольку $L = 2M$, то число атомов металла составляет $M = 144/3 = 48$.

Тогда

$$L = 2M = 96.$$

Поскольку, как найдено ранее, $F_5 = 12$, то

$$F_3 = F_5 + 8 = 12 + 8 = 20.$$

В свою очередь,

$$F_4 = F - F_3 - F_5 = 2 - V + 2V - 2F_5 - 8 = V - 2F_5 - 6 = 48 - 2 \cdot 12 - 6 = 18.$$

4. Оценим максимально возможную длину ребра многогранника a , равную длине органического «мостика», исходя из следующих предположений:

- размер каркасной структуры d равен диаметру сферы, описанной вокруг него;
- площадь поверхности многогранника не превышает площадь описанной сферы.

Следовательно, приравняв эти площади друг к другу, мы получим оценку «сверху».

Площадь поверхности многогранника, отвечающего МОКС-144, равна

$$S_1 = F_3 S_{\Delta} + F_4 S_{\Delta} = 8a^2 \sqrt{3}/4 + 42a^2 = (2\sqrt{3} + 42)a^2.$$

Площадь поверхности сферы радиуса d составляет

$$S_2 = \pi d^2.$$

Приравнивая площади, получаем

$$(2\sqrt{3} + 42)a^2 = \pi d^2,$$

что отвечает

$$a = \sqrt{\frac{\pi}{2\sqrt{3}+42}} d$$

Следовательно, длина органического «мостика» не превышает

$$a = \sqrt{\frac{\pi}{2\sqrt{3}+42}} \cdot 7 \approx \sqrt{0,07} \cdot 7 \approx 0,26 \cdot 7 = 1,82 \text{ нм.}$$

Решение задачи 8. Самосборка молекулярных треугольников (20 баллов)

1.

Поколение	0	1	2	3
ВРyВ	3	6	15	42
L-Trp	3	9	27	81

2. $N_{L-Трп} = 3^{n+1}$.

В случае с ВРyВ пошагово проанализируем то, как меняется его количество от поколения к поколению:

$A = 0, N_{ВРyВ}(0) = 3 = 3$

$A = 1, N_{ВРyВ}(1) = 6 = 3 \cdot 2 = 3 \cdot (3 - 1) = 3 \cdot (N_{ВРyВ}(0) - 1) = 3^2 - 3^1$

$A = 2, N_{ВРyВ}(2) = 15 = 3 \cdot 5 = 3 \cdot (6 - 1) = 3 \cdot (N_{ВРyВ}(1) - 1) = 3 \cdot (3 \cdot (3 - 1) - 1) = 3^3 - 3^2 - 3^1$

$A = 3, N_{ВРyВ}(3) = 42 = 3 \cdot 14 = 3 \cdot (15 - 1) = 3 \cdot (N_{ВРyВ}(2) - 1) = 3 \cdot (3 \cdot (3 \cdot (3 - 1) - 1) - 1) = 3^4 - 3^3 - 3^2 - 3^1$

Следовательно, для произвольного n ,

$$N_{ВРyВ}(n) = 3^{n+1} - \sum^n 3^x = 3^{n+1} - 1,5(3^n - 1) = 1,5(3^n + 1).$$

3.

а)

$$N_{L-Трп}(0):N_{ВРyВ}(0) = 3:3 = 1:1,$$

$$N_{L-Трп}(1):N_{ВРyВ}(1) = 9:6 = 3:2,$$

$$N_{L-Трп}(2):N_{ВРyВ}(2) = 27:15 = 9:5.$$

б)

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3^{n+1}}{1,5(3^n + 1)} = 2,$$

Тогда $N_{L-Трп}(n):N_{ВРyВ}(n) = 2:1$.

4. $N_{L-Трп}(x) + N_{ВРyВ}(x) = 3^{x+1} + 1,5(3^x + 1) = 4,5 \cdot 3^x + 1,5$ и $N_{L-Трп}(x) + N_{ВРyВ}(x) = 1095$

$$4,5 \cdot 3^x + 1,5 = 1095$$

$$3^x = 243$$

$$x = \log_3 243 = 5.$$

5. Поскольку искомая биомолекулярная структура является, как найдено ранее, треугольником Серпинского 5-го поколения, то длину его ребра можно оценить как $2^5 = 32$ длины ребра треугольника Серпинского нулевого поколения, то есть, $L = 64$ нм.

Диаметр окружности, описанной вокруг равностороннего треугольника со стороной L , равен

$$D = 2L/\sqrt{3} \approx 75 \text{ нм}.$$

В свою очередь, длина ребра центральной полости треугольника Серпинского 5-го поколения составляет $2^4 = 16$ длин ребер треугольника Серпинского нулевого поколения, то есть, $L_2 = 32$ нм.

Диаметр окружности, вписанной в равносторонний треугольник со стороной L_2 , равен

$$d = L_2/\sqrt{3} \approx 19 \text{ нм.}$$