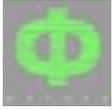


Физика для школьников 7 – 11 класса (заочный тур)
Решение задачи 1. Наночастицы для спинтроники

1. На магнитный диполь в постоянном магнитном поле действует момент сил, ориентирующий магнитный момент диполя по направлению приложенного поля \mathbf{B} . Если диполь прошел положение равновесия по инерции, то возникающий момент сил будет возвращать диполь обратно к положению равновесия. Поведение будет аналогично поведению стрелки компаса в магнитном поле или витку с током в магнитном поле.
2. Угловое ускорение можно найти из уравнения моментов: $I\beta = N$, где I — момент инерции, β — угловое ускорение, N — момент сил. В начальный момент сил $N = \mu B$, а момент инерции можно рассчитать, полагая стержень тонким, т. к. $h \gg R$, а наночастицы точечными массами, т. к. $h \gg r$. Момент инерции $I = \left(\frac{Ml^2}{12} + 2m \left(\frac{l}{2} \right)^2 \right)$, где M — масса стержня, а m — масса наночастицы. Найдем массы: $M = \rho h \pi R^2 = 7 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3 \cdot 100 \cdot 10^{-9} \text{ м} \cdot 3.14 \cdot (4 \cdot 10^{-9} \text{ м})^2 \approx 3.52 \cdot 10^{-20} \text{ кг} = \rho \frac{4}{3} \pi R^3 = 10 \cdot 10^3 \frac{\text{кг/м}^3 \cdot 4 \cdot 3.14}{3} \cdot (3 \cdot 10^{-9} \text{ м})^3 \approx 1.1 \cdot 10^{-21} \text{ кг}$. Таким образом, вклад в момент инерции стержня больше почти в 6 раз. В дальнейшем ограничимся вкладом стержня. Угловое ускорение: $\beta = \frac{\mu B}{I} = \frac{10^{-17} \text{ Дж/Тл} \cdot 10^{-4} \text{ Тл}}{\frac{3.5}{12} \cdot 10^{-20} \text{ кг} \cdot 10^{-14} \text{ м}} \approx 3 \cdot 10^{13} \text{ рад/с}^2$.
3. Для того чтобы магнитный диполь вращался вокруг оси, необходимо приложить переменное магнитное поле. Частота изменения магнитного поля не должна быть больше частоты собственных колебаний магнитного диполя, т. е. действие момента сил за время движения к положению равновесия должно иметь один знак, иначе магнитный диполь будет колебаться возле одного положения. Из пункта 2 следует, что стержень повернется за $T/4$ на угол $\pi/2$ за время не менее чем $t = \sqrt{\frac{\pi}{\beta}} = 3 \cdot 10^{-7} \text{ с}$ (оценка следует из предположения о равноускоренном движении). Таким образом частота не должна превышать $\nu = \frac{1}{T} \approx 10^6 \text{ Гц}$.



Физика для школьников 7 – 11 класса (заочный тур)
Решение задачи 2. Диэлектрики на службе у нанозлектроники

1. Найдем ёмкость C_1

$$C_1 = C_2 \frac{\varepsilon_1 d_2}{\varepsilon_2 d_1} = \frac{4 \cdot 6 \text{ нм} \cdot C_0}{24 \cdot 2 \text{ нм} \cdot 6} = \frac{C_0}{12} = 7,5 \text{ нФ.}$$

2. До замыкания ключа общую ёмкость найдем следующим образом: сперва посчитаем приведенную емкость последовательно включенных $C_0/6$ и $5C_0/6$:

$$C_{23} = \frac{C_0 \cdot 5C_0}{36C_0}.$$

Далее аналогично найдем приведенные емкости последовательно включенных $C_0/12$ и C_0

$$C_{14} = \frac{C_0}{13}.$$

Их сумма даст

$$C_{\text{до}} = \frac{101C_0}{468},$$

т. к. они включены параллельно.

После замыкания: сначала находим суммы параллельно включенных $C_0/6$ и $C_0/12$, что даст

$$\frac{C_0}{6} + \frac{C_0}{12} = \frac{C_0}{4}.$$

Аналогично, для второго параллельного участка:

$$\frac{5C_0}{6} + \frac{C_0}{1} = \frac{11C_0}{6}.$$

Далее найдем приведенную емкость:

$$C_{\text{после}} = \frac{11C_0}{50}.$$

Выделившуюся теплоту Q найдем из закона изменения энергии:

$$\Delta q \mathcal{E} = \Delta W + Q$$

$$Q = \frac{\Delta q \mathcal{E}}{2} = \frac{\Delta C \mathcal{E}^2}{2} = \frac{49C_0 \mathcal{E}^2}{11700 \cdot 2} = \frac{49}{65} \text{ нДж} \approx 7,5 \cdot 10^{-10} \text{ Дж.}$$



Физика для школьников 7 – 11 класса (заочный тур) Решение задачи 3. Серебряные наночастицы

1. Масса одной наночастицы

$$m_0 = \frac{C}{N} = \frac{0.02 \text{ мг/мл}}{3.6 \cdot 10^{12} \text{ 1/мл}} \approx 5.6 \cdot 10^{-15} \text{ мг} = 5.6 \cdot 10^{-21} \text{ кг.}$$

Полагая частицу шарообразной:

$$m_0 = \rho \frac{4\pi r^3}{3},$$

находим радиус

$$r = \sqrt[3]{\frac{3m_0}{4\pi\rho}} = \sqrt[3]{\frac{3 \cdot 5.6 \cdot 10^{-21} \text{ кг}}{4 \cdot 3.14 \cdot 10.5 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3}} \approx 0.5 \cdot 10^{-8} \text{ м} = 5 \text{ нм.}$$

2. Максимум находится приблизительно при значении энергии $E = 2.8$ эВ, что соответствует длине волны

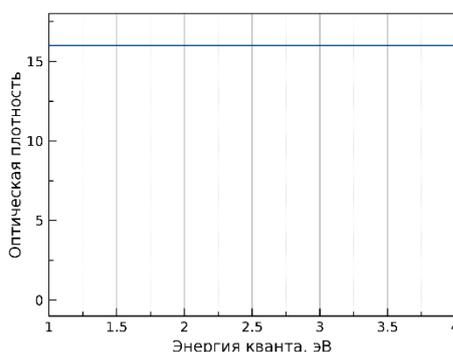
$$\lambda = \frac{h \cdot c}{e \cdot E} = \frac{6.6 \cdot 10^{-34} \text{ Джс} \cdot 3 \cdot 10^8 \text{ м/с}}{1.6 \cdot 10^{-19} \text{ Кл} \cdot 2.8 \text{ эВ}} \approx 442 \text{ нм}$$

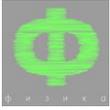
(где h — постоянная Планка, c — скорость света, e — элементарный заряд). Максимум приходится на фиолетовую часть спектра, т. е. при прохождении света через кювету поглощается фиолетовый и часть синего диапазона видимого света. Поэтому проходящий свет имеет оранжево-желтый оттенок. Такая зависимость поглощения света (с наличием узкого пика) объясняется проявлением локализованного поверхностного плазмонного резонанса.

3. Если выделить все наночастицы и сплавить их, то получится кусочек серебра массой: $M = CV = 0.02 \text{ мг/мл} \cdot 10 \text{ мл} = 2 \cdot 10^{-4} \text{ г}$. Если известна площадь, то толщину пластинки можно найти:

$$d = \frac{V}{S} = \frac{m}{\rho S} = \frac{2 \cdot 10^{-4} \text{ г}}{10.5 \text{ г/см}^3 \cdot 1 \text{ см}^2} \approx 1.9 \cdot 10^{-5} \text{ см} = 190 \text{ нм.}$$

Взяв из справочников коэффициент поглощения для объемного серебра $\alpha = 8.3 \cdot 10^5 \text{ см}^{-1}$, можно оценить оптическую плотность $\alpha d \approx 16$. Это означает, что свет всего видимого диапазона уже не будет проходить через такую серебряную пластинку, и она уже будет иметь характерный серебристый оттенок. Спектр можно изобразить следующим образом:





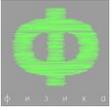
Физика для школьников 7 – 11 класса (заочный тур)
Решение задачи 4. Золотые наночастицы

1. Структуры могут использоваться для многих целей, например, в качестве сенсоров на какие-либо молекулы, которые используют плазмонные эффекты.
2. Примем исходную концентрацию за C (очевидно, она измеряется в см^{-2}). Тогда масса золотых наночастиц M на площади S будет равна массе золотого слоя толщины d :

$$M = \frac{4}{3}\pi r^3 CS = dS \quad (1)$$

Отсюда

$$C = \frac{3d}{4\pi r^3} = \frac{30 \cdot 10^{-9}}{4 \cdot 3.14 \cdot 50^3 \cdot 10^{-27}} = 2 \cdot 10^{13} \text{м}^{-2} = 2 \cdot 10^9 \text{см}^{-2} \quad (2)$$



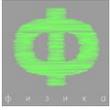
Физика для школьников 7 – 11 класса (заочный тур)
Решение задачи 5. Нанопузырек

1. Кавитация — возникновение пузырьков газа в жидкости при ультразвуковом воздействии в областях пониженного давления.
2. Различают инерционную и неинерционную кавитацию, первая существует в рамках одного периода колебаний, вторая соответствует образованию пузырьков, которые осциллируют, но не схлопываются в течение многих периодов колебаний.
3. Считаем, что? поскольку угол смачивания равен 90° , без внешнего воздействия поверхность раздела жидкость-газ является плоской, т. е. нет менисков, связанных со свойствами поверхности кремния.

Чтобы найти искомое давление, применим формулу для давления Лапласа для полусферы с радиусом r :

$$\Delta P = \sigma \left(\frac{1}{r} + \frac{1}{r} \right) = 2 \frac{\sigma}{r}$$

Отсюда $\Delta P = 100$ атм, что на два порядка больше, чем давление ультразвуковой волны. Значит, последнего будет заведомо недостаточно для образования такой полусферы.



Физика для школьников 7 – 11 класса (заочный тур)
Решение задачи 6. Канаты из нанотрубок

1. Максимальная масса, которую могут выдержать канаты, складывается из массы поднимаемого груза m_1 , кабины лифта m_2 и массы самих канатов m_3 :

$$m = m_1 + m_2 + m_3.$$

По условию максимально допустимое механическое напряжение ограничивается 2% от предела прочности на разрыв:

$$\sigma_{\max} = \frac{F_{\text{тяж}}}{S} = \frac{2}{100} \sigma_0,$$

где σ_{\max} – максимально допустимое механическое напряжение (Н/м^2), σ_0 – предел прочности на разрыв (Н/м^2), $F_{\text{тяж}} = (m_1 + m_2 + m_3)g$ – сила тяжести, действующая на лифт с грузом (Н), $S = 4S_1$ – суммарная площадь поперечного сечения всех четырёх канатов (м^2), S_1 – площадь поперечного сечения одного каната (м^2).

Следовательно,

$$\sigma_0 = \frac{50(m_1 + m_2 + m_3)g}{4S_1}$$

$$m_1 = \frac{4S_1\sigma_0}{50g} - m_2 - m_3$$

Поскольку

$$m_3 = \rho V = 4S_1 L \rho,$$

где V – объём четырёх канатов (м^3), L – длина каната (м), ρ – его плотность (кг/м^3), то

$$m_1 = \frac{4S_1\sigma_0}{50g} - m_2 - 4S_1 L \rho$$

$$m_1 = \frac{4 \cdot 3 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2 \cdot 0,7 \cdot 10^9 \text{ Па}}{50 \cdot 9,8 \frac{\text{М}}{\text{с}^2}} - 500 \text{ кг} - 4 \cdot 3 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2 \cdot 30 \text{ м} \cdot 7800 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3} = 933 \text{ кг}.$$

2. При замене материала каната со стали на волокна из нанотрубок необходимо учесть два фактора: увеличение предела прочности и уменьшение массы (плотности) канатов. Для этого из полученного ранее выражения для m_1 выразим S_1 :

$$m_1 = \frac{4S_1\sigma_0}{50g} - m_2 - 4S_1 L \rho$$

$$S_1 = \frac{25g(m_1 + m_2)}{2\sigma_0 - 100gL\rho}$$

$$S_1 = \frac{25 \cdot 9,8 \frac{\text{М}}{\text{с}^2} \cdot (933 \text{ кг} + 500 \text{ кг})}{2 \cdot 30 \cdot 10^9 \text{ Па} - 100 \cdot 9,8 \frac{\text{М}}{\text{с}^2} \cdot 30 \text{ м} \cdot 1300 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}} \approx 6 \cdot 10^{-6} \text{ м}^2 = 6 \text{ мм}^2$$

Таким образом, площадь поперечного сечения каната из углеродных нанотрубок меньше площади поперечного сечения стального каната в

$$\frac{S_{\text{сталь}}}{S_{\text{нанотрубки}}} = \frac{3 \text{ см}^2}{6 \text{ мм}^2} = \frac{3 \cdot 100 \text{ мм}^2}{6 \text{ мм}^2} = 50 \text{ раз.}$$

3. Масса конструкции изменится на разность масс стальных канатов и канатов из углеродных нанотрубок, то есть уменьшится на

$$\begin{aligned} \Delta m &= m_{\text{сталь}} - m_{\text{нанотрубки}} \\ \Delta m &= 4S_{1, \text{ сталь}} L \rho_{\text{сталь}} - 4S_{1, \text{ нанотрубки}} L \rho_{\text{нанотрубки}} \\ \Delta m &= 4 \cdot 3 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2 \cdot 30 \text{ м} \cdot 7800 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3} - 4 \cdot 6 \cdot 10^{-6} \text{ м}^2 \cdot 30 \text{ м} \cdot 1300 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3} \approx 281 \text{ кг} - 1 \text{ кг} = 280 \text{ кг.} \end{aligned}$$



Физика для школьников 7 – 11 класса (заочный тур) Решение задачи 7. Платиновый резистор

1. Сопротивление нанонити можно рассчитать по формуле

$$R = \frac{\rho_e L}{S},$$

где ρ_e – удельное сопротивление (Ом·м), L – длина нити (м), S – площадь её поперечного сечения (м²). Следовательно,

$$R = \frac{1,07 \cdot 10^{-7} \text{ Ом} \cdot \text{ м} \cdot 100 \cdot 10^{-6} \text{ м}}{\pi \cdot \left(\frac{50}{2} \cdot 10^{-9} \text{ м}\right)^2} \approx 5450 \text{ Ом} \approx 5,5 \text{ кОм}$$

2. Отношение длин германиевого резистора и платиновой нанонити равно

$$L = \frac{RS}{\rho_e}$$

$$\frac{L_{\text{Ge}}}{L_{\text{Pt}}} = \frac{R_{\text{Ge}} S_{\text{Ge}} \rho_{e,\text{Pt}}}{\rho_{e,\text{Ge}} R_{\text{Pt}} S_{\text{Pt}}}$$

Так как их сопротивления должны быть равны ($R_{\text{Ge}} = R_{\text{Pt}}$), отношение можно рассчитать по формуле

$$\frac{L_{\text{Ge}}}{L_{\text{Pt}}} = \frac{S_{\text{Ge}} \rho_{e,\text{Pt}}}{\rho_{e,\text{Ge}} S_{\text{Pt}}}$$

$$\frac{L_{\text{Ge}}}{L_{\text{Pt}}} = \frac{\pi \cdot \left(\frac{1 \cdot 10^{-3}}{2} \text{ м}\right)^2 \cdot 1,07 \cdot 10^{-7} \text{ Ом} \cdot \text{ м}}{\pi \cdot \left(\frac{50 \cdot 10^{-9}}{2} \text{ м}\right)^2 \cdot 0,5 \text{ Ом} \cdot \text{ м}} = 85,6$$

3. Согласно закону Джоуля-Ленца, при прохождении тока через резистор в течение времени t на нём выделяется тепло:

$$Q = I^2 R t,$$

где I – сила тока (А), R – сопротивление резистора (Ом), t – время (с).

Если считать, что всё выделяемое тепло идёт на нагрев нанонити, то через время t её температура изменится в соответствии с выражением

$$Q = cm \cdot \Delta T,$$

где c – теплоёмкость платины (Дж/(кг·К)), m – масса нанонити (кг), ΔT – изменение температуры (К).

Следовательно,

$$I^2 R t = c m \cdot \Delta T$$

$$I = \sqrt{\frac{c m}{R} \cdot \frac{\Delta T}{t}}$$

$$I = \sqrt{\frac{c V \rho}{R} \cdot \frac{\Delta T}{t}}$$

$$I = \sqrt{\frac{c L \cdot \pi r^2 \cdot \rho}{R} \cdot \frac{\Delta T}{t}}$$

$$I = \sqrt{\frac{132,6 \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{К}} \cdot \pi \cdot \left(\frac{50 \cdot 10^{-9} \text{м}}{2}\right)^2 \cdot 100 \cdot 10^{-6} \text{м} \cdot 21500 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3} \cdot 9 \frac{\text{К}}{\text{с}}}{5450 \text{ Ом}}} \approx 3 \cdot 10^{-8} \text{А} = 30 \text{ нА.}$$



Физика для школьников 7 – 11 класса (заочный тур)
Решение задачи 8. Флуоресцентная наноскопия

1. Флуоресценция – процесс излучения кванта света при спонтанном переходе электрона с возбуждённого уровня на основной. Поскольку при этом энергия фотона равна энергии электронного перехода, то

$$E = \frac{hc}{\lambda}$$

$$\lambda = \frac{hc}{E}$$

$$\lambda = \frac{6,626 \cdot 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с} \cdot 3 \cdot 10^8 \frac{\text{М}}{\text{с}}}{2,35 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Дж}} \approx 5,3 \cdot 10^{-7} \text{ м} = 530 \text{ нм}$$

Следовательно, изображение будет зелёного цвета.

Для осуществления электронного перехода с основного на возбуждённый уровень необходимо поглощение фотона с энергией, не меньшей 2,35 эВ. Энергия фотона с длиной волны 514,5 нм равна

$$E = \frac{6,626 \cdot 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с} \cdot 3 \cdot 10^8 \frac{\text{М}}{\text{с}}}{514,5 \cdot 10^{-9} \text{ м}} \approx 3,86 \cdot 10^{-19} \text{ Дж} \approx 2,41 \text{ эВ.}$$

Поскольку энергия такого фотона превышает энергию электронного перехода, аргоновый лазер в качестве источника возбуждающего излучения использовать можно.

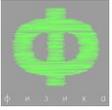
Энергия фотона с длиной волны 632,8 нм равна

$$E = \frac{6,626 \cdot 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с} \cdot 3 \cdot 10^8 \frac{\text{М}}{\text{с}}}{632,8 \cdot 10^{-9} \text{ м}} \approx 3,14 \cdot 10^{-19} \text{ Дж} \approx 1,96 \text{ эВ.}$$

Поскольку энергия такого фотона меньше энергии электронного перехода, гелий-неоновый лазер в качестве источника возбуждающего излучения использовать нельзя.

2. Метод флуоресцентной наноскопии позволяет визуализировать только ту область исследуемого объекта, где интенсивность возбуждающего лазера (синяя линия на рисунке) превышает интенсивность дополнительного лазера (красная линия на рисунке). В противном случае происходит подавление спонтанной флуоресценции, и изображение не формируется. Согласно приведённому рисунку, интенсивность возбуждающего лазера превышает интенсивность дополнительного лазера с координаты 150 нм до координаты 250 нм. Таким образом, минимальный размер объекта, который можно просканировать и получить чёткое изображение в таком наноскопе, равен 250 нм – 150 нм = 100 нм. Меньшие объекты рассмотреть невозможно вследствие дифракционного предела.

3. Поскольку классический флуоресцентный микроскоп является оптическим, то минимальный размер объекта, который можно в него рассмотреть, ограничивается дифракционным пределом, то есть примерно половиной от длины волны видимого света. Таким образом, минимальный размер объекта равен примерно 200 нм (половина длины волны фиолетового света), поэтому нанобъект размером 110 нм с его помощью рассмотреть невозможно. Однако флуоресцентная наноскопия позволяет увеличить разрешение вследствие локального подавления флуоресценции вспомогательным излучением. Согласно результату, полученному в предыдущем пункте, минимальный размер объекта, который можно просканировать и получить чёткое изображение в таком наноскопе, составляет примерно 100 нм, поэтому предложенный нанобъект размером 110 нм исследовать можно.



Физика для школьников 7 – 11 класса (заочный тур)
Решение задачи 9. QLED телевизор

Световой поток Φ определяется количеством энергии E , испускаемой источником света в единицу времени t . В свою очередь энергия E равна произведению числа испускаемых фотонов $N_{исп}$ на энергию каждого фотона E_{ph} :

$$E = N_{исп} \cdot E_{ph} = N_{исп} \frac{hc}{\lambda}.$$

Внешний квантовый выход фотолюминесценции η квантовых точек равен отношению числа испускаемых фотонов $N_{исп}$ к числу поглощенных $N_{погл}$, откуда: $N_{исп} = N_{погл} \cdot \eta$. Полагая, что до каждого субпикселя свет от синих светодиодов подсветки доходит равномерно ($N_{погл}$ везде одинаковое), и учитывая, что поглощение света квантовыми точками полное, а потери в прозрачных окнах отсутствуют (все дошедшие фотоны $N_{погл}$ выходят из прозрачного окна, т.е. $\eta_{син} = 1$), получаем для полного светового потока $\Phi_{полн}$ одиночного пикселя выражение:

$$\Phi_{полн} = \frac{E_{кр} + E_{зел} + E_{син}}{t} = \frac{N_{погл} (E_{ph}^{кр} \eta_{кр} + E_{ph}^{зел} \eta_{зел} + E_{ph}^{син})}{t}.$$

Тогда части светового потока n_i , соответствующие красному, зеленому и синему субпикселям, будут равны:

$$n_i = \frac{\Phi_i}{\Phi_{полн}} = \frac{E_i}{E_{кр} + E_{зел} + E_{син}} = \frac{\frac{\eta_i}{\lambda_i}}{\frac{\eta_{кр}}{\lambda_{кр}} + \frac{\eta_{зел}}{\lambda_{зел}} + \frac{1}{\lambda_{син}}}.$$

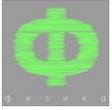
Подставляя соответствующие значения длины волны и квантового выхода, имеем:

$$n_{кр} \approx 24\%$$

$$n_{зел} \approx 33\%$$

$$n_{син} \approx 43\%$$

Или в виде пропорции: $E_{кр} : E_{зел} : E_{син} \approx 0.56 : 0.77 : 1$, что отличается от пропорции по квантовому выходу фотолюминесценции (0.8 : 0.9 : 1) вследствие зависимости светового потока от энергии фотонов (длины волны излучения).



Физика для школьников 7 – 11 класса (заочный тур)
Решение задачи 10. Квантовый размерный эффект в кремниевых нанокристаллах

1. Красным (синим) смещением называют эффекты, связанные с увеличением (уменьшением) длины волны света, характерной для рассматриваемого процесса. В случае фотолюминесценции кремниевых нанокристаллов можно использовать термин синее смещение подразумевая, что с уменьшением размера нанокристаллов наблюдается сдвиг максимума спектра в сторону уменьшения длины волны, т.е. в сторону коротковолнового («синего») края спектра.
2. Общая закономерность квантования энергетического спектра носителей заряда в полупроводниковых нанообъектах состоит в возникновении добавки к энергии носителей заряда, пропорциональной величине $\frac{1}{d^2}$, где d – средний размер квантовых точек. Запишем энергию в виде суммы энергии оптических переходов E_0 в объемном кремнии ($d \rightarrow \infty$) и добавки $\frac{k}{d^2}$, где k – коэффициент пропорциональности:

$$E = E_0 + \frac{k}{d^2}.$$

Т.о. энергия, соответствующая максимумам фотолюминесценции, линейно зависит от $\frac{1}{d^2}$. Длина волны (в нм) связана с энергией (в эВ) соотношением:

$$E \approx \frac{1240}{\lambda}.$$

Искомый размер можно определить по графику зависимости энергии оптических переходов от $\frac{1}{d^2}$. Т.к. максимуму фотолюминесценции 855 нм соответствует энергия 1.45 эВ, средний размер нанокристаллов при этом равен ~ 3 нм ($\frac{1}{d^2} \approx 0.11$).

