Математика для школьников 7 – 11 класса (заключительный этап)
Вариант IV. Решения

Решение задачи 1. Нанонить (8 баллов)

а) Поскольку плотность материала не меняется, то при вытягивании нанонити объем вольфрама постоянен:

$$V = \pi d_1^2 L_1/4 = \pi d_2^2 L_2/4.$$

Отсюда

$$L_2/L_1 = d_1^2/d_2^2 = 2116.$$

б) Полагая, что и для проволоки, и для нанонити $L \gg d$, получаем, что площадь поверхности приблизительно равна площади боковой поверхности соответствующего цилиндра:

$$S = \pi d L.$$

Тогда

$$S_2/S_1 = d_2L_2/d_1L_1 = d_2/d_1 \cdot L_2/L_1 = d_2/d_1 \cdot d_1^2/d_2^2 = d_1/d_2 = 46.$$

Решение задачи 2. Тетраэдрические матрешки (8 баллов)

Запишем в общем виде уравнение, связывающее число атомов в матрешке и изомерном ей фуллерене:

$$N_1 + N_2 = N_3$$
$$4(n_1^2 + n_1m_1 + m_1^2) - 8 + 4(n_2^2 + n_2m_2 + m_2^2) - 8 = 4(n_3^2 + n_3m_3 + m_3^2) - 8$$
$$4(n^2 + n\cdot n + n^2) - 8 + 4((n + 1)^2 + (n + 1)(n + 1) + (n + 1)^2) - 8 = 4(x^2 + xy + y^2) - 8$$
$$12n^2 + 12(n + 1)^2 - 16 = 4(x^2 + xy + y^2) - 8$$
$$24n^2 + 24n - 4 = 4(x^2 + xy + y^2) - 8$$
$$6n^2 + 6n + 1 = x^2 + xy + y^2$$

Запишем и решим систему уравнений:

$$6n^2 + 6n + 1 = x^2 + xy + y^2$$
$$x + y = 3n - 1$$
$$x - y = 11$$

Выразим x и y через n:

$$6n^2 + 6n + 1 = (x + y)^2 - xy$$
$$x = 1{,}5n + 5$$
$$y = 1{,}5n - 6$$

Подставляя полученные выражения в первое уравнение системы, получаем:

$$6\mathbf{n}^2 + 6\mathbf{n} + 1 = (3\mathbf{n} - 1)^2 - (1{,}5\mathbf{n} + 5)(1{,}5\mathbf{n} - 6)$$
$$24\mathbf{n}^2 + 24\mathbf{n} + 4 = 36\mathbf{n}^2 - 24\mathbf{n} + 4 - (3\mathbf{n} + 10)(3\mathbf{n} - 12)$$
$$12\mathbf{n}^2 - 48\mathbf{n} - 9\mathbf{n}^2 + 6\mathbf{n} + 120 = 0$$
$$3\mathbf{n}^2 - 42\mathbf{n} + 120 = 0$$
$$\mathbf{n}^2 - 14\mathbf{n} + 40 = 0$$

Решая полученное квадратное уравнение, находим:

$$\mathbf{n} = (14 \pm 6)/2$$
$$\mathbf{n} = 10 \text{ или } \mathbf{n} = 4.$$

Тогда $\mathbf{x} = 20$, $\mathbf{y} = 9$ или $\mathbf{x} = 11$, $\mathbf{y} = 0$.

Решение задачи 3. Мозаика вирусного капсида (8 баллов)

Поскольку поверхность капсида можно представить как многогранник, гранями которого являются пяти-, шести- и семиугольники, сходящиеся в вершине по 3, то к нему применима теорема Эйлера для выпуклых многогранников:

$$\mathbf{V} - \mathbf{E} + \mathbf{F} = 2.$$

Число граней такого многогранника равно числу групп элементов:

$$\mathbf{F} = \mathbf{G} = \mathbf{G_5} + \mathbf{G_6} + \mathbf{G_7}.$$

Общее число элементов в капсиде при этом равно

$$\mathbf{N} = 5\mathbf{G_5} + 6\mathbf{G_6} + 7\mathbf{G_7}.$$

Число вершин:

$$\mathbf{V} = 5/3\mathbf{G_5} + 6/3\mathbf{G_6} + 7/3\mathbf{G_7} = \mathbf{N}/3.$$

Число ребер:

$$\mathbf{E} = 5/2\mathbf{G_5} + 6/2\mathbf{G_6} + 7/2\mathbf{G_7} = \mathbf{N}/2.$$

Тогда, с одной стороны,

$$\mathbf{N}/3 - \mathbf{N}/2 + \mathbf{G} = 2,$$
$$\mathbf{N} = 6\mathbf{G} - 12,$$

а с другой

$$5/3\mathbf{G_5} + 6/3\mathbf{G_6} + 7/3\mathbf{G_7} - 5/2\mathbf{G_5} - 6/2\mathbf{G_6} - 7/2\mathbf{G_7} + \mathbf{G_5} + \mathbf{G_6} + \mathbf{G_7} = 2$$
$$\mathbf{G_5} - \mathbf{G_7} = 12.$$

Тогда

$$\mathbf{G} = 12 + \mathbf{G_6} + 2\mathbf{G_7}$$
$$\mathbf{G} = 12 + 1997 + 2\cdot 6 = 2021$$
$$\text{и } \mathbf{N} = 6(12 + \mathbf{G_6} + 2\mathbf{G_7}) - 12 = 60 + 6\mathbf{G_6} + 12\mathbf{G_7}$$
$$\mathbf{N} = 60 + 6\cdot 1997 + 12\cdot 6 = 12114$$

Решение задачи 4. Адсорбент (8 баллов)

Запишем формулы для вычисления объема для каждой из фигур:

- куб $\mathbf{V}_{куб} = \mathbf{A}_{куб}^3$,
- октаэдр $\mathbf{V}_{окт} = \sqrt{2}/3\mathbf{A}_{окт}^3$,
- «веретено» $\mathbf{V}_{веретено} = \mathbf{V}_{куб} + \mathbf{V}_{окт} = (1 + \sqrt{2}/3)\mathbf{A}_{веретено}^3$

а также площади поверхности для них:

- куб $\mathbf{S}_{куб} = 6\mathbf{A}_{куб}^2$,
- октаэдр $\mathbf{S}_{окт} = 2\sqrt{3}\mathbf{A}_{окт}^2$,
- «веретено» $\mathbf{S}_{веретено} = (4 + 2\sqrt{3})\mathbf{A}_{веретено}^2$

Тогда соотношение **S/V** для каждой из фигур:

- куб $\mathbf{S}_{куб}/\mathbf{V}_{куб} = 6/\mathbf{A}_{куб}$,
- октаэдр $\mathbf{S}_{окт}/\mathbf{V}_{окт} = \frac{6\sqrt{3}}{\sqrt{2}A_{окт}}$,
- «веретено» $\mathbf{S}_{веретено}/\mathbf{V}_{веретено} = \frac{12+6\sqrt{3}}{(3+\sqrt{2})A_{веретено}}$

Следовательно, длина стороны в каждом из случаев составляет

- куб $\mathbf{A}_{куб} = \frac{6}{S/V} = 6/1{,}2 = 5$ нм,
- октаэдр $\mathbf{A}_{окт} = \frac{6\sqrt{3}}{\sqrt{2}S/V} = 6\cdot 1{,}7/(1{,}4\cdot 1{,}2) = 6{,}1$ нм,
- «веретено» $\mathbf{A}_{веретено} = \frac{12+6\sqrt{3}}{(3+\sqrt{2})S/V} = (12 + 6\cdot 1{,}7)/((3 + 1{,}4)\cdot 1{,}2) = 4{,}2$ нм.

Решение задачи 5. Два наносвертка (8 баллов)

Запишем длину «рулона» для наносвертков **II** типа, равную длине диагонали прямоугольника:

$$\mathbf{L_2} = \sqrt{a^2+b^2}.$$

Площадь поперечного сечения (в том месте, где определяем максимальный диаметр), с одной стороны, составляет для них

$$\mathbf{S_2} = \pi \mathbf{d_2}^2/4,$$

а с другой, равна

$$\mathbf{S_2} = \mathbf{L_2 c}.$$

Тогда максимальный диаметр наносвертков **II** типа равен

$$\mathbf{d_2} = 2\sqrt{\frac{L_2 c}{\pi}} = 2\sqrt{\frac{L_2 \cdot 0{,}775}{3{,}1}} = \sqrt{L_2} = \sqrt[4]{a^2+b^2}$$

То есть,

$$\mathbf{a}^2 = \mathbf{d_2}^4 - \mathbf{b}^2$$

и

$$\mathbf{a} = \sqrt{d_2^4 - b^2} = \sqrt{25^4 - 500^2} = \sqrt{5^6 \cdot (25-16)} = 125 \cdot 3 = 375.$$

Решение задачи 6. Шестиугольный фуллерен (20 баллов)

1. Общее число атомов в фуллерене **N** равно отношению площади его поверхности к площади, приходящейся на один атом углерода в графене, равной

   $$S_C = 0{,}5\left(a\sqrt{3}\right)^2 \sin 60^o.$$

   Площадь поверхности шестиугольной антипризмы складывается из удвоенной площади шестиугольного основания и 12 площадей боковых треугольников, а площадь шестиугольной призмы — из площадей оснований и 6 площадей боковых прямоугольников. В то же время, равносторонний шестиугольник может быть представлен как совокупность шести равносторонних треугольников. Следовательно, нам необходимо найти только площади равностороннего треугольника и прямоугольника в зависимости от (**n**, **m**).

   Любой равносторонний треугольник со стороной, задаваемой на графеновой сетке парой индексов (**n**, **m**), имеет площадь

   $$S_{\mathrm{n,m}} = 0{,}5\left(\mathrm{R}a\sqrt{3}\right)^2 \sin 60^o,$$

где $R=\sqrt{n^2+nm+m^2}$ – длина стороны такого треугольника в косоугольной системе координат. Тогда общее число атомов углерода, приходящихся на такой треугольник, составляет

$$T_{n,m}=\frac{S_{n,m}}{S_C}=R^2=n^2+nm+m^2.$$

Площадь прямоугольника, стороны которого задаются на графеновой сетке индексами (**n**, **n**) и (**n**, 0), можно записать как

$$S_{(n,n),(n,0)}=\left(R_{n,n}a\sqrt{3}\right)\left(R_{n,0}a\sqrt{3}\right)=\sqrt{3n^2}\sqrt{n^2}\left(a\sqrt{3}\right)^2=3\sqrt{3}n^2a^2.$$

Тогда общее число атомов углерода, приходящихся на него,

$$P_n=\frac{S_{(n,n),(n,0)}}{S_C}=\frac{3\sqrt{3}n^2a^2}{0{,}5\left(a\sqrt{3}\right)^2\sin 60^o}=4n^2.$$

Следовательно, число атомов в фуллеренах по типам составляет:

$$\mathbf{N_1}=(6\cdot 2+12)\mathbf{T_{n,n}}=24\mathbf{T_{n,n}}=72\mathbf{n}^2$$
$$\mathbf{N_2}=6\cdot 2\mathbf{T_{n,n}}+6\mathbf{P_n}=12\mathbf{T_{n,n}}+6\mathbf{P_n}=60\mathbf{n}^2$$
$$\mathbf{N_3}=(6\cdot 2+12)\mathbf{T_{n,0}}=24\mathbf{T_{n,0}}=24\mathbf{n}^2$$
$$\mathbf{N_4}=6\cdot 2\mathbf{T_{n,0}}+6\mathbf{P_n}=12\mathbf{T_{n,0}}+6\mathbf{P_n}=36\mathbf{n}^2$$

2.

а) $\mathbf{n_1}=1$, $\mathbf{n_2}=1$, $\mathbf{n_3}=2$, $\mathbf{n_4}=2$.

б) $\mathbf{N_1}=72$, $\mathbf{N_2}=60$, $\mathbf{N_3}=96$, $\mathbf{N_4}=144$.

в) Изомеров среди шестиугольных фуллеренов, рассматриваемых в рамках данной задачи, не существует, так как ни в одном из 6 случаев невозможно решение в целых числах:

1) $72\mathbf{n_1}^2=60\mathbf{n_2}^2$, $6\mathbf{n_1}^2=5\mathbf{n_2}^2$.
2) $72\mathbf{n_1}^2=24\mathbf{n_3}^2$, $\mathbf{n_1}^2=3\mathbf{n_3}^2$.
3) $72\mathbf{n_1}^2=36\mathbf{n_4}^2$, $\mathbf{n_1}^2=2\mathbf{n_4}^2$.
4) $60\mathbf{n_2}^2=24\mathbf{n_3}^2$, $5\mathbf{n_2}^2=2\mathbf{n_3}^2$.
5) $60\mathbf{n_2}^2=36\mathbf{n_4}^2$, $5\mathbf{n_2}^2=3\mathbf{n_4}^2$.
6) $24\mathbf{n_3}^2=36\mathbf{n_4}^2$, $2\mathbf{n_3}^2=3\mathbf{n_4}^2$.

г) Диаметр сферы, описанной вокруг шестиугольной призмы, равен длине ее объемной диагонали. Ее, в свою очередь, можно рассчитать по теореме Пифагора, зная длину большой диагонали шестиугольного основания 2**A** (где **A** – длина стороны основания) и высоту этой призмы **H**:

$$D=\sqrt{4A^2+H^2}.$$

Для фуллерена 2 типа

$$\mathbf{A_2} = 3\mathbf{an},\ \mathbf{H_2} = \sqrt{3}\mathbf{an}.$$
$$\text{Тогда } \mathbf{D_2} = \sqrt{39}\mathbf{an}.$$

Для фуллерена 4 типа

$$\mathbf{A_4} = \sqrt{3}\mathbf{an},\ \mathbf{H_4} = 3\mathbf{an}.$$
$$\text{Тогда } \mathbf{D_4} = \sqrt{21}\mathbf{an}.$$

Тогда размер фуллерена 1б составляет

$$\mathbf{D_2} = 1{,}7\cdot3{,}6\cdot0{,}14\cdot1 = 0{,}8568 \text{ нм}.$$

Размер фуллерена 1г составляет

$$\mathbf{D_4} = 1{,}7\cdot2{,}7\cdot0{,}14\cdot2 = 1{,}2852 \text{ нм}.$$

Решение задачи 7. Губка Менгера (20 баллов)

1.

а) Длина ребра нанокластера **i**-ой итерации составляет

$$\mathbf{A_i} = 3^{\mathbf{i}}\cdot\mathbf{a},$$

б) Тогда объем «материала» нанокластера **i**-ой итерации равен

$$\mathbf{V_i} = 20^{\mathbf{i}}\cdot\mathbf{a}^3,$$

а доля объемных пустот, соответственно,

$$\boldsymbol{\omega}_\mathbf{i} = 1 - (20^{\mathbf{i}}\cdot\mathbf{a}^3)/(3^{\mathbf{i}}\cdot\mathbf{a})^3 = 1 - (20/27)^{\mathbf{i}}.$$

в) Запишем неравенство, отвечающее условию:

$$1 - (20/27)^{\mathbf{i}} \geq 0{,}9$$
$$(20/27)^{\mathbf{i}} \leq 0{,}1$$
$$\lg(20/27)^{\mathbf{i}} \leq \lg 0{,}1$$
$$\mathbf{i}\cdot\lg(20/27) \leq -1$$
$$\mathbf{i} \geq -1/(-0{,}14)$$
$$\mathbf{i} \geq 7{,}1,$$

но, так как **i** – целое, то $\mathbf{i} \geq 8$ и $\mathbf{i}_{\mathbf{min}} = 8$.

2. Поскольку при каждой итерации грань складывается из 8 квадратов, полученных в предыдущей итерации, то

$$\mathbf{S_{гр}}(\mathbf{i}) = 8^{\mathbf{i}}\cdot\mathbf{a}^2,$$

где $\mathbf{a}^2$ – это площадь грани единичного квадрата.

3.

а) $\mathbf{S_1} = 6\mathbf{S_{гр}}(1) + 6\cdot4\mathbf{a}^2 = 6\cdot8\mathbf{a}^2 + 24\mathbf{a}^2 = 72\mathbf{a}^2 = 9\mathbf{S_{гр}}(1) = 6\mathbf{S_{гр}}(1) + 3\mathbf{S_{гр}}(1)$

(сумма площади боковой поверхности и площади 6 «пор», примыкающих к граням; кубическая полость, находящаяся в центре губки Менгера первой итерации, не ограничена никакими поверхностями).

$\mathbf{S_2} = 6\mathbf{S_{гр}}(2) + 3\mathbf{S_{гр}}(2) + 20\cdot3\mathbf{S_{гр}}(1) = 6\cdot8^2\mathbf{a}^2 + 3\cdot8^2\mathbf{a}^2 + 20\cdot3\cdot8\mathbf{a}^2 = 1056\mathbf{a}^2$

(по аналогии, сумма площади боковой поверхности и площади 6 «пор», примыкающих к граням для губки Менгера второй итерации, а также величина площади «пор» 20 составляющих ее губок первой итерации).

$\mathbf{S_3} = 6\mathbf{S_{гр}}(3) + 3\mathbf{S_{гр}}(3) + 20\cdot3\mathbf{S_{гр}}(2) + 20^2\cdot3\mathbf{S_{гр}}(1) = 6\cdot8^3\mathbf{a}^2 + 3\cdot8^3\mathbf{a}^2 + 20\cdot3\cdot8^2\mathbf{a}^2 + 20^2\cdot3\cdot8\mathbf{a}^2 =$
$= 18048\mathbf{a}^2$

б) По аналогии,

$$S_i = 6S_{\text{гр}}(i) + 3S_{\text{гр}}(i) + \sum_{i=1}^{i-1} F(k) = 9\cdot 8^i a^2 + 3\sum_{i=1}^{i-1}\left(20^k 8^{i-k} a^2\right) = 8^i a^2\left(9 + 3\sum_{i=1}^{i-1} 2{,}5^k\right)$$

$$S_i = 8^i a^2\left(9 + 3\cdot 2{,}5\frac{2{,}5^{i-1} - 1}{2{,}5 - 1}\right) = 8^i a^2\left(9 + 5\left(2{,}5^{i-1} - 1\right)\right) = 4\cdot 8^i a^2 + 2\cdot 20^i a^2$$

4.

$$\Upsilon_i = \frac{4\cdot 8^i a^2 + 2\cdot 20^i a^2}{20^i a^3}\cdot \text{a}{=}4\cdot 0{,}4^i + 2.$$

5. С ростом номера поколения данная величина уменьшается от $\Upsilon_0 = 6$ вплоть до

$$\lim_{i\to\infty}\gamma_i = \lim_{i\to\infty}\left(4\cdot 0{,}4^i + 2\right) = 2.$$

Решение задачи 8. Биметаллический кубооктаэдр. Часть 2 (20 баллов)

1.

а) В слое с **n** = 4 атомы **B** расположены:

- в 3-х из 12-ти вершин кубооктаэдра,
- по 2 на каждом из 12-ти ребер (еще 12 ребер атомов **B** не содержат),
- по 4 на каждой из 6-ти квадратных граней,
- по 3 на каждой из 6-ти треугольных граней и по 1 на каждой из оставшихся двух треугольных гранях.

Всего 3 – 2·12 + 24 + 3·6 + 1·2 = 23 атома **B**.

б)

- На любой квадратной грани слоя, на ребро которого приходится 2**k** атомов, расположено $\mathbf{k}^2$ атомов **B**,
- на 6-ти треугольных гранях атомами **B** являются **k**(**k** + 1)/2 атомов, а еще на 2-х треугольных гранях− **k**(**k** − 1)/2,
- на 12 из 24 ребер приходится по **k** атомов **B**,
- также атомы **B** расположены в 3-х из 12-ти вершин.

Всего в слое, на ребро которого приходится 2**k** атомов, расположено

$$\mathbf{M_B}(\mathbf{k}) = 6\mathbf{k}^2 + 6\cdot\mathbf{k}(\mathbf{k} + 1)/2 + 2\cdot\mathbf{k}(\mathbf{k} - 1)/2 - 12\mathbf{k} + 3$$
$$\mathbf{M_B}(\mathbf{k}) = 10\mathbf{k}^2 - 10\mathbf{k} + 3$$

атомов **B**.

2.

а) В слое с **n** = 4 общее число атомов в поверхностном слое равно

$$\mathbf{M_{all}}(4) = 92,$$

то есть, доля атомов **B** составляет

$$\boldsymbol{\delta}(4) = 23/92 = 0{,}25.$$

б) В слое с **n** = 2**k**

$$\boldsymbol{\delta} = \mathbf{M_B}(\mathbf{k})/\mathbf{M_{all}}(2\mathbf{k})$$
$$\boldsymbol{\delta} = (10\mathbf{k}^2 - 10\mathbf{k} + 3)/(40\mathbf{k}^2 - 40\mathbf{k} + 12) = 0{,}25$$
или
$$\boldsymbol{\delta} = (2{,}5\mathbf{n}^2 - 5\mathbf{n} + 3)/(10\mathbf{n}^2 - 20\mathbf{n} + 12) = 0{,}25$$

в) В слое с **n** = 2**k** + 1 при **n** $\to\infty$ $\delta = 0$.

В слое с **n** = 2**k** при **n** $\to\infty$ $\delta = 0{,}25$.

3.

а) В кластере с **n** = 4

$$\mathbf{y} = 3\ (\text{слой с } \mathbf{n} = 2) + 23\ (\text{слой с } \mathbf{n} = 4) = 26,$$
$$\mathbf{x} = \mathbf{N_{all}}(4) - \mathbf{y} = 147 - 26 = 121,$$

тогда

$$\mathbf{x}:\mathbf{y} = 121:26 \approx 4{,}65.$$

б) В кластере, на ребро которого приходится **n** атомов, рассмотрим два возможных случая.

В кластере с **n** = 2**k**

$$\mathbf{y} = \sum_1^k M_B(m) = \sum_1^k \left(10m^2 - 10m + 3\right) = \frac{10k^3 - k}{3}$$

$$\mathbf{y} = (10\mathbf{n}^3 - 4\mathbf{n})/24$$

Тогда атомов **A** в таком кластере

$$\mathbf{x} = \mathbf{N}_{all}(\mathbf{n}) - \mathbf{y},$$

$$\mathbf{x} = (10\mathbf{n}^3 - 15\mathbf{n}^2 + 11\mathbf{n} - 3)/3 - (10\mathbf{n}^3 - 4\mathbf{n})/24,$$

$$\mathbf{x} = (70\mathbf{n}^3 - 120\mathbf{n}^2 + 92\mathbf{n} - 24)/24,$$

и соотношение равно

$$\mathbf{x}:\mathbf{y} = \{(70\mathbf{n}^3 - 120\mathbf{n}^2 + 92\mathbf{n} - 24)/24\}:\{(10\mathbf{n}^3 - 4\mathbf{n})/24\}$$

$$\mathbf{x}:\mathbf{y} = (35\mathbf{n}^3 - 60\mathbf{n}^2 + 46\mathbf{n} - 12)/(5\mathbf{n}^3 - 2\mathbf{n})$$

в) В кластере с **n** = 2**k** + 1

$$\mathbf{y} = (10\mathbf{k}^3 - \mathbf{k})/3$$

$$\mathbf{y} = (10(0{,}5\mathbf{n} - 0{,}5)^3 - (0{,}5\mathbf{n} - 0{,}5))/3,$$

$$\mathbf{y} = (5\mathbf{n}^3 - 15\mathbf{n}^2 + 13\mathbf{n} - 3)/12.$$

Тогда атомов **A** в таком кластере

$$\mathbf{x} = \mathbf{N}_{all}(\mathbf{n}) - \mathbf{y},$$

$$\mathbf{x} = (10\mathbf{n}^3 - 15\mathbf{n}^2 + 11\mathbf{n} - 3)/3 - (5\mathbf{n}^3 - 15\mathbf{n}^2 + 13\mathbf{n} - 3)/12,$$

$$\mathbf{x} = (35\mathbf{n}^3 - 45\mathbf{n}^2 + 31\mathbf{n} - 9)/12,$$

и соотношение равно

$$\mathbf{x}:\mathbf{y} = \{(35\mathbf{n}^3 - 45\mathbf{n}^2 + 31\mathbf{n} - 9)/12\}:\{(5\mathbf{n}^3 - 15\mathbf{n}^2 + 13\mathbf{n} - 3)/12\}$$

$$\mathbf{x}:\mathbf{y} = (35\mathbf{n}^3 - 45\mathbf{n}^2 + 31\mathbf{n} - 9)/(5\mathbf{n}^3 - 15\mathbf{n}^2 + 13\mathbf{n} - 3)$$

г) В случае **n** = 2**k**

$$\lim_{n\to\infty} \frac{x}{y} = \lim_{n\to\infty} \frac{35n^3 - 60n^2 + 46n - 12}{5n^3 - 2n} = \lim_{n\to\infty} \frac{35 - 60/n + 46/n^2 - 12/n^3}{5 - 2/n^2} = 7.$$

В случае **n** = 2**k** + 1

$$\lim_{n\to\infty} \frac{x}{y} = \lim_{n\to\infty} \frac{35n^3 - 45n^2 + 31n - 9}{5n^3 - 15n^2 + 13n - 3} = \lim_{n\to\infty} \frac{35 - 45/n + 31/n^2 - 9/n^3}{5 - 15/n + 13/n^2 - 3/n^3} = 7.$$