МАТЕМАТИКА

Математика для школьников 7 – 11 класса (очный тур)
Решения. Вариант III

Решение задачи 1. Нанореакторы и наночастицы (8 баллов)

1. В сферической мицелле радиуса **R** объемом $V_м = \frac{4}{3}\pi R^3$ содержатся ионы серебра массой $m_1 = c_1 V_m = c_1 \frac{4}{3}\pi R^3$. Объем этого серебра в виде металла составляет $V_1 = \frac{m_1}{\rho_1} = \frac{4c_1\pi R^3}{3\rho_1}$. В то же время, $V_1 = \frac{4}{3}\pi r_1^3$. Следовательно, $c_1 = \frac{r_1^3\rho_1}{R^3}$ (г/см^3) = $10^3 \frac{r_1^3\rho_1}{R^3}$ = $10^3 \frac{3^3 \cdot 11}{30^3}$ = **<u>11</u>** (г/л).

2. Итоговый объем наночастицы равен $V = \frac{4}{3}\pi r^3 = V_1 + V_2$, где объем слоя меди можно найти как $V_2 = \frac{m_2}{\rho_2} = \frac{c_2 V_m}{\rho_2} = \frac{4c_2\pi R^3}{3\rho_2}$.

$$\frac{4}{3}\pi r^3 = \frac{4}{3}\pi r_1^3 + \frac{4c_2\pi R^3}{3\rho_2}\ ,\ r^3 = r_1^3 + \frac{c_2 R^3}{\rho_2},\ r = \sqrt[3]{r_1^3 + \frac{c_2 R^3}{\rho_2}} = \sqrt[3]{3^3 + \frac{12\cdot 10^{-24}\cdot 30^3}{9\cdot 10^{-21}}} \approx \mathbf{\underline{4}}\ \text{нм}$$

$$\text{или } \frac{4}{3}\pi r^3 = \frac{4c_1\pi R^3}{3\rho_1} + \frac{4c_2\pi R^3}{3\rho_2},\ r^3 = \frac{c_1 R^3}{\rho_1} + \frac{c_2 R^3}{\rho_2},$$

$$r = R\sqrt[3]{\frac{c_1}{\rho_1} + \frac{c_2}{\rho_2}} = 30\sqrt[3]{\frac{11\cdot 10^{-3}}{11} + \frac{12\cdot 10^{-3}}{9}} \approx \mathbf{\underline{4}}\ \text{нм}$$

Решение задачи 2. Нанотарелка (8 баллов)

1. Число атомов в одном треугольнике с ребром, состоящим из **n** атомов, представляет собой сумму ряда натуральных чисел от 1 до **n**: $T(n) = \sum_1^n k = 0{,}5n(n+1)$.

   Нанотарелка состоит из соединенных по ребрам пяти треугольников, следовательно, общее число атомов равно:

   N = 5·0,5**n**(**n** + 1) (пять треугольных граней) – 5**n** (пять общих ребер) + 1 (вершина фигуры, «вычитаемая» вместе с 5n атомами ребер)

   N = 2,5(**n**^{2} – **n**) + 1 = 2,5(15^2 – 15) + 1 = **<u>526</u>**.

2. Пятиугольную бипирамиду с ребром, состоящим из **n** атомов, согласно построению можно рассматривать как стопку из **n** тарелок, вложенных одна в другую:

$$P(n)=\sum_{1}^{n}N=2{,}5\sum_{1}^{n}\left(k^2-k\right)+n=2{,}5\frac{n(n+1)(2n+1)}{6}-2{,}5\frac{n(n+1)}{2}+n=\frac{10n^3+2n}{12}=\frac{5n^3+n}{6}$$

$$P(n)=\frac{5\cdot 15^3+15}{6}=\underline{\mathbf{2815}}.$$

Решение задачи 3. Получение липосом (8 баллов)

<u>Приближенный метод расчета, при толщине оболочки липосомы много меньше радиуса липосомы.</u>

1) Площадь поверхности липосомы $S_1 = 4\pi\mathbf{R}^2$ – это отношение площади поверхности всех липосом к их количеству: $S_1 = S_0/n$.

2) Площадь поверхности всех липосом при таком приближении можно оценить как
$$\mathbf{S}_0 = \mathbf{V}_0/\mathbf{d}.$$

3) Общее число липосом равно $\mathbf{n} = \mathbf{V}/\mathbf{L}^3$, следовательно, радиус липосомы равен:

$$\mathbf{R}\approx 0{,}5\sqrt{\frac{V_0/d}{V/L^3\cdot\pi}}=0{,}5\sqrt{\frac{V_0L^3}{\pi Vd}}=0{,}5\sqrt{\frac{50\cdot 169^3}{3{,}1\cdot 0{,}05\cdot 1}}=0{,}5\sqrt{1557}\approx 0{,}5\cdot 39=\underline{\mathbf{19{,}5}}\text{ нм}.$$

<u>Точный метод расчета:</u>

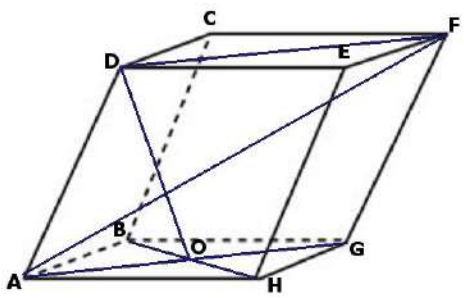
1) Общее число липосом равно $\mathbf{n} = \mathbf{V}/\mathbf{L}^3$.

2) Объем липида, приходящийся на одну липосому: $\mathbf{V}_1 = \mathbf{V}_0/\mathbf{n} = \mathbf{V}_0\mathbf{L}^3/\mathbf{V}$.

3) В то же время, $\mathbf{V}_1 = 4\pi/3\cdot(\mathbf{R}^3 - (\mathbf{R} - \mathbf{d})^3)$
$4\cdot3{,}1/3\cdot(\mathbf{R}^3 - \mathbf{R}^3 + 3\mathbf{R}^2\mathbf{d} - 3\mathbf{R}\mathbf{d}^2 - \mathbf{d}^3) = \mathbf{V}_0\mathbf{L}^3/\mathbf{V}$
$4(3\mathbf{R}^2\mathbf{d} - 3\mathbf{R}\mathbf{d}^2 - \mathbf{d}^3) - 3{,}1\mathbf{V}_0\mathbf{L}^3/\mathbf{V}/3$
Приблизительно: $\mathbf{R}^2 - \mathbf{R} - (1/3 + 0{,}001\cdot169^3) = 0$
$\mathbf{R} \approx \underline{\mathbf{20{,}6}}$ нм.

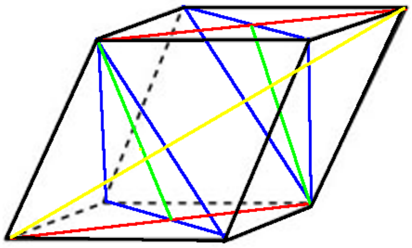
Решение задачи 4. Ромбоэдр (8 баллов)

Рассмотрим ромбоэдр, вершинами которого являются центры атомов, которые находятся в вершинах кластера (см. рис.).



1) Сфера, описанная вокруг многогранника, – это сфера такого диаметра, что любая точка, принадлежащая многограннику, лежит либо внутри сферы, либо принадлежит ей. То есть, диаметром сферы, описанной вокруг этого ромбоэдра, будет равен максимальному расстоянию между двумя точками, принадлежащими ромбоэдру – длине его большой диагонали **AF**. Найдем **AF** по теореме косинусов для Δ**ADF**:

   $AF^2 = AD^2 + DF^2 - 2 \cdot AD \cdot DF \cdot \cos(\angle ADF)$, где **AD** – ребро ромбоэдра, **DF** – большая диагональ его грани, ∠**ADF** – угол между ребром ромбоэдра и большой диагональю его грани.



2) Найдем длину большой диагонали ромба **DF**. Диагонали ромба перпендикулярны друг другу, следовательно, Δ**AOH** – прямоугольный. Найдем его гипотенузу: $AO = AH \cdot \sin(\angle AHO) = AH \cdot \sin 60° = 0{,}5\sqrt{3} \cdot AH$. ($\angle AHO = 60°$, так как Δ**ABH** – равносторонний, что, в свою очередь, следует из способа построения кластера).

   Тогда $DF = AG = 2AO = 2 \cdot 0{,}5\sqrt{3} \cdot AH = \sqrt{3} \cdot AD$.

3) Найдем косинус угла ∠**ADF**.

   В параллелограмме **ADFG** рассмотрим углы, прилежащие к стороне **AD**:
   $\angle ADF = 180° - \angle DAG$.

   Заметим, что $\angle DAG = \angle DAO$.

   Рассмотрим Δ**ADO**: **AD** – ребро ромбоэдра; **AO** – половина большой диагонали грани ромбоэдра и высота правильного Δ**ABH**, $AO = 0{,}5\sqrt{3} \cdot AD$; **DO** – высота правильного Δ**DBH**, $DO = 0{,}5\sqrt{3} \cdot AD = AO$. Таким образом, Δ**ADO** – равнобедренный и, следовательно, $\angle DAO = \angle ADO$.

   Следовательно, $\cos(\angle DAO) = 0{,}5AD/DO = 0{,}5AD/(0{,}5\sqrt{3} \cdot AD) = 1/\sqrt{3}$.
   Тогда $\cos(\angle ADF) = \cos(180° - \angle DAG) = \cos(180° - \angle DAO) = -\cos(\angle DAO) = -1/\sqrt{3}$.

4) Выразим **AF** из теоремы косинусов:

   $AF^2 = AD^2 + DF^2 - 2 \cdot AD \cdot DF \cdot \cos(\angle ADF)$
   $AF^2 = AD^2 + 3AD^2 - 2 \cdot AD \cdot \sqrt{3}AD \cdot (-1/\sqrt{3})$
   $AF^2 = 6AD^2 \Rightarrow AF = \sqrt{6} \cdot AD \approx 2{,}45AD$

5) Если нанокластер содержит 343 атомов, то согласно построению, его ребро будет содержать $y = \sqrt[3]{343} = \underline{7}$ атомов.

6) Длина ребра ромбоэдра, на ребро которого приходится **y** атомов **металла** радиусом **r** нм, составляет $AD = 2yr - 2r$ (поскольку вершины ромбоэдра лежат в центрах атомов).

Диаметр сферы, описанной вокруг кластера, будет отличаться от диагонали рассматриваемого ромбоэдра на 2**r**, что составит: **D** = **AF** + 2**r** = 2,45**AD** + 2**r** = 2,45(2**yr** – 2**r**) + 2**r** = 4,9**yr** – 2,9**r** = 4,9·7·0,128 – 2,9·0,128 = **4,0** нм.

Решение задачи 5. Разбираем нанотрубку (8 баллов)

1. Если число «колец» **z**, то их суммарная длина **L** = 3**bz** (ширина одного кольца равна полутора диаметрам атома углерода, см. рис. условия).

   Тогда **z** = **L**/(3**b**) = 5,25/(3·0,07) = **25**.

2. Каждый пояс состоит из 2**n** атомов углерода.

   Значит, общее число атомов **y** = 2**nz** = 2·15·25 = **750**.

3. УНТ можно разрезать на **n** = **15** «спиралей».

   Каждая такая «спираль» состоит из **y**/**n** = 2**z** = 50 атомов углерода. Длина такой зигзагообразной цепочки равна $L_1 = 2\sqrt{3}b(z-1) + 2b$, то есть, произведению длины малой диагонали шестиугольника $2\sqrt{3}$ **b** на число «промежутков» между углеродными «кольцами» в УНТ (**z** – 1) плюс удвоенный радиус углерода 2**b**:

   $$L_1 = 2\sqrt{3}\cdot 0{,}07(25-1) + 2\cdot 0{,}07 \approx \mathbf{5{,}85} \text{ нм.}$$

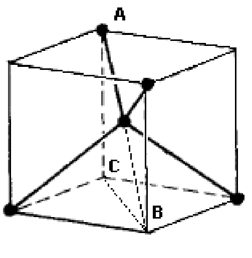
Решение задачи 6. n-Диамондин – ажурный углеродный материал (20 баллов)

1. Рассмотрим структуру элементарной ячейки алмаза. На ячейку алмаза приходится:

   1/8·4 (атомы в вершинах, каждый принадлежит одновременно 8 ячейкам)
   + 6·1/2 (атомы на гранях, каждый одновременно принадлежит двум ячейкам)
   + 4 (атомы в объеме)

   Итого $\mathbf{N_0}$= **7,5** атомов углерода.

   Число связей, соединяющих атомы углерода (они все находятся целиком внутри ячейки), равно **16** (можно сосчитать по рисунку, либо умножить число атомов углерода на 4).



2. В элементарной ячейке **n**-диамондина, по сравнению с алмазом, на каждую С-С связь алмаза (между соседними тетраэдрическими узлами) добавляется **n** пар атомов углерода; общее количество атомов составит $\mathbf{N_n}$ = **7,5 + 32n**.
3. Рассмотрим один из 4-х кубов элементарной ячейки (рис. а условия, см. рисунок), в который вписан тетраэдр.

   Обозначив ребро малого куба как **c**, тогда: $CB^2 = \mathbf{c}^2 + \mathbf{c}^2$, $AB^2 = \mathbf{c}^2 + CB^2 = 3\mathbf{c}^2$.
   $AB = 2\boldsymbol{l}$ ($\boldsymbol{l}$ – расстояние между тетраэдрическими узлами), => $4\boldsymbol{l}^2 = 3\mathbf{c}^2$, $\mathbf{c} = 2\boldsymbol{l}/\sqrt{3}$.
   Объем одного малого куба равен $8\boldsymbol{l}/(3\sqrt{3})$, а элементарной ячейки, которая состоит из 8 малых кубов:
   $V = 64\boldsymbol{l}^3/(3\sqrt{3}) \approx \underline{\mathbf{12{,}5}\ \boldsymbol{l}^3}$.

4. Из способа построения для алмаза $\boldsymbol{l}_0$ = **a**, расстояние между тетраэдрическими центрами n-диамондина: $\boldsymbol{l}_n = (1 + 2\mathbf{n})\mathbf{a}$

$$\rho_0/\rho_n = \frac{m_0/V_0}{m_n/V_n} = \frac{N_0 \cdot M_c/(64 l_0^3/3\sqrt{3})}{N_n \cdot M_c/(64 l_n^3/3\sqrt{3})} = \frac{N_0 \cdot l_n^3}{N_n \cdot l_0^3} = \frac{7{,}5 \cdot (1+2n)^3}{7{,}5+32n}$$

   Для **n** = 3: $\rho_0/\rho_3 = \dfrac{7{,}5\cdot(1+2\cdot 3)^3}{7{,}5+32\cdot 3} = 24{,}8 \approx \underline{\mathbf{25}}$.

5. $\mathbf{V_3} = 64(1 + 2\cdot3)^3 0{,}14^3/(3\sqrt{3}) = 11{,}6$ нм^3. $\mathbf{V_C} = 103{,}5\cdot4/3\cdot3{,}1\cdot0{,}07^3 = 0{,}15$ нм^3.

$$\omega = \frac{V_{\text{пор}}}{V_3}\cdot 100\% = 1 - \frac{V_C}{V_3}\cdot 100\% = 1 - \frac{0{,}15}{11{,}6}\cdot 100 \approx \underline{\mathbf{99}}\%.$$

6. Максимальная объемная доля поглощенной нефти равна 0,8·99% = 79,2%.

   Тогда максимальный объем нефти, поглощенной 3-диамондином (в расчете на одну элементарную ячейку последнего), равен $\mathbf{V_н} = \mathbf{V_3}\cdot0{,}792 = 11{,}6\cdot0{,}792 = 9{,}2$ нм^3.

   Масса этой нефти равна $\mathbf{m_н} = 9{,}2\cdot10^{-21}\cdot0{,}9 = 8{,}3\cdot10^{-21}$ г.

   В тоже время, масса углерода, приходящегося на одну элементарную ячейку 3-диамондина, равна $\mathbf{m_C} = 103{,}5\cdot2\cdot10^{-23} = 2{,}1\cdot10^{-21}$ г.

   Масса поглощенной нефти может превышать массу 3-диамондина в

$$\delta = \frac{m_н}{m_C} = \frac{8{,}3}{2{,}1} = 3{,}95 \approx \underline{\mathbf{4}\ \text{раза}}.$$

Решение задачи 7. Фрагментация полипептидов (20 баллов)

1. Поскольку, по условию, в ходе фрагментации реализуются все возможные варианты разбиений на фрагменты, а полипептид **X** состоит из одинаковых аминокислот (а/к), полученные фрагменты отличаются только длиной: 1 а/к, 2 а/к и т.д. Поскольку **N** = 9, то максимальная длина фрагмента – 9 а/к.

Следовательно, длина полипептида **X** составляет 9 + 1 = **<u>10</u>** а/к (так как реализуются все способы разбиений, то фрагмент максимальной длины можно получить, только отрезав от исходной молекулы фрагмент минимальной длины).

2. Поскольку исходный полипептид **Y** состоит из 8 разных аминокислот, то, разрезая его молекулу всеми возможными способами, мы можем получить:

   8 фрагментов длиной 1 а/к (режутся все связи между отдельными аминокислотами);
   8 – 1 = 7 фрагментов длиной 2 а/к (число способов выбрать 2 рядом стоящих символа в последовательности из 8 элементов);
   8 – 2 = 6 фрагментов длиной 3 а/к (по аналогии);
   8 – 3 = 5 фрагментов длиной 4 а/к (по аналогии);
   8 – 4 = 4 фрагмента длиной 5 а/к (по аналогии);
   8 – 5 = 3 фрагментов длиной 6 а/к (по аналогии);
   8 – 6 = 2 фрагментов длиной 7 а/к (по аналогии).

   Таким образом, общее число вариантов фрагментов равно

$$\mathbf{N_{max}} = 8 + 7 + 6 + 5 + 4 + 3 + 2 = 8(8 + 1)/2 - 1 = \underline{\mathbf{35}} = \sum_2^8 k\ .$$

3. В молекуле полипептида **X** длиной 10 а/к всего 9 связей между последовательно соединенными аминокислотами. По условию, одновременно могут разорваться только 2 из них. Следовательно, существует $C_9^2 = 9!/\left((9-2)!2!\right) = 8\cdot 9/2 =$ **<u>36</u>** способов выбрать 2 неразличимых позиции из 9 возможных.

4. При реализации всех способов фрагментации **X** при **k** = 2 получаются **<u>8</u>** отличающихся по длине фрагментов: минимальный фрагмент содержит 1 а/к, максимальный – 8 (так как при условии разрыва двух связей мы не можем отрезать менее, чем 2 а/к).

5. Рассмотрим все возможные способы фрагментации молекулы полипептида **X**, при которых одновременно происходит разрыв 2 связей. Обозначим далее индексом фрагмента его длину: $\mathbf{F_1}$ – 1 а/к, $\mathbf{F_2}$ – 2 а/к и т.д. Тогда:

Итоговые фрагменты	**Способы**	$\mathbf{F_1}$	$\mathbf{F_2}$	$\mathbf{F_3}$	$\mathbf{F_4}$	$\mathbf{F_5}$	$\mathbf{F_6}$	$\mathbf{F_7}$	$\mathbf{F_8}$
$F_8 + F_1 + F_1$	3	6							3
$F_7 + F_2 + F_1$	6	6	6					6	
$F_6 + F_2 + F_2$	3		6				3		
$F_6 + F_3 + F_1$	6	6		6			6		
$F_5 + F_3 + F_2$	6		6	6		6			
$F_5 + F_4 + F_1$	6	6			6	6			
$F_4 + F_3 + F_3$	3			6	3				
$F_4 + F_4 + F_2$	3		3		6				
Итого									
$F_8 + \ldots + F_1$	36	24	21	18	15	12	9	6	3

   Таким образом, $\mathbf{F_1}$:$\mathbf{F_2}$:$\mathbf{F_3}$:$\mathbf{F_4}$:$\mathbf{F_5}$:$\mathbf{F_6}$:$\mathbf{F_7}$:$\mathbf{F_8}$ = **<u>8:7:6:5:4:3:2:1</u>**.

6. Для полипептида **Y**

k = 1 Молекулу из 8 разных аминокислот мы можем разрезать в 7 местах, при этом получим
N = 7·2 = 14 разных по длине и/или составу фрагментов.
N = 2(**F**$_7$) + 2(**F**$_6$) + 2(**F**$_5$) +2(**F**$_4$) + 2(**F**$_3$) + 2(**F**$_2$) + 2(**F**$_1$) = **14**.

k = 2 При реализации всех способов фрагментации минимальный по длине фрагмент содержит 1 а/к, максимальный – 6 (т. к. при условии разрыва 2 связей мы не можем отрезать менее, чем 2 а/к), и получаются все возможные по составу фрагменты таких длин (см. ответ на вопрос 2):
N = 3(**F**$_6$) + 4(**F**$_5$) + 5(**F**$_4$) + 6(**F**$_3$) + 7(**F**$_2$) + 8(**F**$_1$) = $\sum_3^8 k$ = 8·9/2 – 2·3/2 = **33**.

k = 3 По аналогии, **N** = 4(**F**$_5$) + 5(**F**$_4$) + 6(**F**$_3$) + 7(**F**$_2$) + 8(**F**$_1$) = $\sum_4^8 k$ = 8·9/2 – 3·4/2 = **30**.

k = 4 По аналогии, **N** = 5(**F**$_4$) + 6(**F**$_3$) + 7(**F**$_2$) + 8(**F**$_1$) = $\sum_5^8 k$ = 8·9/2 – 4·5/2 = **26**.

k = 5 По аналогии, **N** = 6(**F**$_3$) + 7(**F**$_2$) + 8(**F**$_1$) = $\sum_6^8 k$ = 8·9/2 – 5·6/2 = **21**.

k = 6 По аналогии, **N** = 7(**F**$_2$) + 8(**F**$_1$) = $\sum_7^8 k$ = 8·9/2 – 6·7/2 = **15**.

k = 7 Молекулу из 8 разных аминокислот мы можем разрезать в 7 местах одновременно только одним способом, получая при этом фрагменты длиной 1 а/к: **N** = **8**.

7. Число фрагментов, на которые распадается полипептид **Y**, максимально при **k** = **2**.

Решение задачи 8. Тетраэдрические фуллерены (20 баллов)

1. 1б (**3,3**); 1в (**4,3**); 1г (**5,0**), (**2,0**); 1д (**3,3**), (**1,1**).

2. Семейство I: **m$_1$** = 0. Семейство IV: **m$_1$** = **m$_2$** = 0.
   Семейство II: **n$_1$** = **m$_1$** = **n**. Семейство V: **n$_1$** = **m$_1$**, **n$_2$** = **m$_2$**.

3.
   1) Длина вектора $R_1 = r\sqrt{n_1^2 + m_1 n_1 + m_1^2}$ (здесь **r** – длина единичного радиус-вектора). Значит, «большой» треугольник имеет площадь $S_{R_1} = 0{,}5R_1^2 \sin 60^o$.

   2) Длина вектора $R_2 = r\sqrt{n_2^2 + m_2 n_2 + m_2^2}$. Значит, «малый» треугольник имеет площадь $S_{R_2} = 0{,}5R_2^2 \sin 60^o$.

   3) Следовательно, общая площадь усеченного тетраэдра составляет $S = 0{,}5\sin 60^o\left(4R_1^2 - 8R_2^2\right)$ (4 площади «больших» треугольников минус (12 – 4 = 8) площадей «малых» треугольников, принадлежащих отсекаемым тетраэдрам).

4) В свою очередь, один атом углерода в графене приходится на площадь, равную $S_C = 0{,}5r^2 \sin 60^o$.

5) Тогда общее число атомов в фуллерене любого типа составляет
$N = S/S_C = 4R_1^2 - 8R_2^2 = 4\left(n_1^2 + m_1 n_1 + m_1^2\right) - 8\left(n_2^2 + m_2 n_2 + m_2^2\right)$. = > (б) **ТТ**)
а) **Т** как частный случай **ТТ**: $\mathbf{n_2}$ = 1, $\mathbf{m_2}$ = 0 **N** = 4($\mathbf{n}^2$ + **nm** + $\mathbf{m}^2$) – 8.

4. $\mathbf{n_2}$ = 1, $\mathbf{m_2}$ = 0

5. 1б (3,3): **N** = 12·3^2 – 8 = **<u>100</u>**.
1в (4,3): **N** = 4(4^2 + 4·3 + 3^2) – 8 = **<u>140</u>**.
1г (5,0), (2,0): **N** = 4·(5^2 + 5·0 + 0^2) – 8·(2^2 + 2·0 + 0^2) = **<u>68</u>**.
1д (3,3), (1,1): **N** = 12·3^2 – 24·1^2 = **<u>84</u>**.

6. Фуллерены семейства IV получаются отсечением малых тетраэдров, задаваемых парой коэффициентов ($\mathbf{n_2}$, 0), от тетраэдрических фуллеренов семейства I, задаваемых парой коэффициентов ($\mathbf{n_1}$, 0). Причем, от ребра «большого» треугольника мы всегда отнимаем два ребра «малых» треугольников. Чтобы фуллерен IV семейства существовал, необходимо, чтобы оставшийся фрагмент ребра «большого» треугольника имел длину как минимум 1**r** (приходится на сопряженные пятиугольники): $n_1 - 2n_2 \geq 1$. Следовательно, $n_2 \leq 0{,}5(n_1 - 1)$.

Поскольку $n_2 \geq 2$ (при $\mathbf{n_2}$ = 1 – семейство I), то «породить» фуллерены IV семейства могут только фуллерены I семейства с $n_1 \geq 5$.

Каждому такому фуллерену соответствует **k** = $\left\lfloor \dfrac{n_1 - 1}{2} \right\rfloor - 1$ фуллеренов IV семейства.

7.

а) а) **N** = 4$\mathbf{a}^2$ – 8 = 12$\mathbf{b}^2$ – 8, где **a** – параметр, задающий фуллерен семейства I, **b** – фуллерен семейства II. $\mathbf{a}^2$ = 3$\mathbf{b}^2$ – данное уравнение <u>решения в целых неотрицательных числах не имеет</u>.

б) **N** = 4$\mathbf{a}^2$ – 8 = 4($\mathbf{b}^2$ + **bc** + $\mathbf{c}^2$) – 8, где **a** – параметр, задающий фуллерен семейства I, **b**, **c** – фуллерен семейства III.

$\mathbf{a}^2$ = $\mathbf{b}^2$ + **bc** + $\mathbf{c}^2$ $\mathbf{a}^2$ = (**b** + **c**)^2 – **bc** $\mathbf{a}^2$ – (**b** + **c**)^2 + **bc** = 0 (**a** – **b** – **c**)(**a** + **b** + **c**) + **bc** = 0	Пусть **b** + **c** = **a**, тогда **bc** = 0. Пусть **b** + **c** < **a**, тогда **bc** < 0. Пусть **b** + **c** > **a** - есть решения. Пусть **b** + **c** = **a** + 1, тогда **a** + **b** + **c** = **bc** 2**a** + 1 = **bc** **a** = (**bc** – 1)/2	**b** + **c** = (**bc** – 1)/2 + 1 **b** = (1 – 2**c**)/(2 – **c**) **c** = 1, **b** = -1 **c** = 2, **b** = -3/0 <u>**c** = 3, **b** = 5, **a** = 7, **N** = **188**</u>