



**Физика для школьников 7 – 11 класса (очный тур)
Решения. Простые задачи (вариант 3)**

Решение задачи 1. Сверхпрочная паутина

1. Запишем закон Гука для растягивающей силы: $F = -k\Delta l$, в котором коэффициент жесткости k можно выразить через модуль Юнга E следующим образом: $k = \frac{ES}{L}$, где S/L – отношение площади поперечного сечения нитей к их исходной длине (по условию – величина постоянная для обеих нитей). Приравняв приложенные силы и сократив на S/L , для двух нитей имеем: $E_{\text{CNT}} \cdot \Delta l_{\text{CNT}} = E_o \cdot \Delta l_o$, откуда $\Delta l_{\text{CNT}} = \frac{E_o}{E_{\text{CNT}}} \cdot \Delta l_o = \frac{1}{18} \cdot \Delta l_o \approx 0.2$ мм (Δl_o , таким образом, больше).
Искомая разница равна: $\Delta = \Delta l_o - \Delta l_{\text{CNT}} \approx 3.3$ мм.

2. Для ответа на второй вопрос посчитаем площадь поперечного сечения нити усиленной углеродными нанотрубками паутины:

$$S = \frac{\pi D^2}{4} \approx 28.3 \cdot 10^{-12} \text{ м}^2$$

Предел прочности σ_0 есть отношение предельной силы растяжения к площади поперечного сечения. В качестве силы выступает сила тяжести груза, следовательно, максимально допустимая масса груза равна:

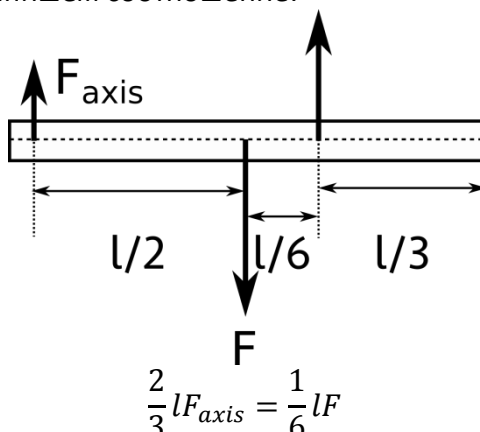
$$m_{\text{max}} = \frac{\sigma_0 S}{g} = \frac{2.2 \cdot 10^9 \text{ Па} \cdot 28.3 \cdot 10^{-12} \text{ м}^2}{9.8 \text{ м/с}^2} \approx 6 \cdot 10^{-3} \text{ кг} = 6 \text{ г}$$

Решение задачи 2. Ротор из ДНК

1. Так как ротор заряжен равномерно по длине, все силы можно заменить равнодействующей, приложенной к его середине, т.е. плечо составит 15 нм, а полный заряд $1.28 \cdot 10^{-19}$ Кл. Таким образом момент сил будет равен:

$$M = F \frac{l}{2} = Eq \frac{l}{2} = 1.28 \cdot 10^{-17} \cdot 15 \cdot 10^{-9} = 1.92 \cdot 10^{-25} \text{ Н} \cdot \text{м}$$

2. Из условия равенства моментов, для осевой силы F_{axis} , в точке приложения блокирующей силы запишем соотношение:



Отсюда:

$$F_{axis} = \frac{1}{4}F = \frac{1}{4}Eq = 3.2 \cdot 10^{-18}H$$

Решение задачи 3. Примесь в нанопроводе

1. Сила взаимодействия: $F = \frac{1}{4\pi\epsilon\epsilon_0} \frac{e^2}{r^2}$. Проекция: $F_v = F \cos(\alpha)$

$$\frac{1}{r^2} = \frac{1}{a^2 + \frac{d^2}{4}} \text{ или иначе } \frac{1}{r^2} = \frac{4\sin^2(\alpha)}{d^2}$$

$$\cos(\alpha) = \frac{a}{r} = \frac{a}{\sqrt{a^2 + \frac{d^2}{4}}}$$

Отвечая на вопрос 1, сравниваем $\frac{\cos(\alpha)}{r^2} = \frac{a}{a^2 + \frac{d^2}{4} \sqrt{a^2 + \frac{d^2}{4}}}$ для случаев 1) и 2)

$$1) \ a = d \quad \frac{1}{r^2} \cos(\alpha) = \frac{8}{5\sqrt{5}d^2}$$

$$2) \ a = d/4 \quad \frac{1}{r^2} \cos(\alpha) = \frac{16}{5\sqrt{5}d^2}$$

Больше во втором случае.

2. Отвечая на вопрос 2, удобнее анализировать проекцию силы, как функцию угла:

$$f(\alpha) = C \sin^2(\alpha) \cos(\alpha) = C(1 - \cos^2(\alpha)) \cos(\alpha) = C(\cos(\alpha) - \cos^3(\alpha))$$

Функция достигает максимума при $\cos(\alpha) = \frac{1}{\sqrt{3}}$.

$$a = \frac{d}{2} \operatorname{ctg} \alpha = \frac{d}{2 \cdot \sqrt{2}} \approx 17,7 \text{ нм}$$

Решение задачи 4. Конденсация алканов

Молярный объём конденсата $V_m = \frac{M}{\rho}$. Уравнение Томсона-Кельвина принимает вид:

$$\frac{\rho RT}{M} \cdot \ln\left(\frac{P_c}{P_0}\right) = -\frac{2\sigma \cdot \cos \theta}{r}$$

Подставляя данные из условия задачи, находим:

$$\frac{601.26 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3} \cdot 8.314 \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}} \cdot 300\text{К}}{0.058 \frac{\text{кг}}{\text{моль}}} \cdot \ln\left(\frac{1.15 P_0}{P_0}\right) = -\frac{2 \cdot 11.3 \cdot 10^{-3} \frac{\text{Н}}{\text{м}} \cdot \cos(0)}{r}$$

$$r = 6.25 \text{ нм}, d = 12.5 \text{ нм.}$$

Решение задачи 5. Нанотехнологии для косметологии

1. Наночастицы углерода попадают в фолликулы и поглощают лазерное излучение. Это приводит к поглощению и нагреву на нужной глубине, а следовательно и к удалению фолликул.
2. Для импульсного лазера

$$W = I \cdot S f \alpha \Delta t,$$

где α – ослабление на глубине 5 мм, $\Delta t = 1$ сек.

По графику определяем приблизительное значение α на глубине 5 мм для разных длин волн.

$$\alpha = \frac{1}{5} \text{ для } \lambda = 1064 \text{ нм, } \alpha = \frac{1}{7} \text{ для } \lambda = 980 \text{ нм, } \alpha = \frac{1}{200} \text{ для } \lambda = 650 \text{ нм.}$$

Для лазера №1 $W = I \cdot S f \alpha \Delta t = 10 \frac{\text{Дж}}{\text{см}^2} \cdot 0,1 \text{ см}^2 \cdot 10 \text{ Гц} \cdot \frac{1}{5} \cdot 1 \text{ сек} = 2 \text{ Дж.}$

Длительность импульса позволяет оценить мгновенную мощность, но обычно для сравнения выражают среднюю мощность за весь интервал времени (в задаче это $\Delta t = 1$ сек).

Для непрерывного лазера

$$W = P \alpha \Delta t,$$

где α – ослабление на глубине 5 мм, $\Delta t = 1$ сек.

Для лазера №2 $W = P \alpha \Delta t = 30 \text{ мВт} \cdot \frac{1}{7} \cdot 1 \text{ сек} \approx 4,2 \text{ мДж}$

Для лазера №3 $W = P \alpha \Delta t = 100 \text{ мВт} \cdot \frac{1}{200} \cdot 1 \text{ сек} \approx 0,5 \text{ мДж}$

Лазер №1 предпочтительнее.



Физика для школьников 7 – 11 класса (очный тур) Решения. Более сложные задачи

Решение задачи 6. Наноконтейнер в кровотоке

Исходя из сохранения суммарного потока жидкости (неразрывность струи), сначала рассчитаем скорость движения потока в капиллярах, v_{cap} :

$$I \sim N_v d_v^2 v_v = N_{cap} d_{cap}^2 v_{cap} = 25 \cdot (5 \cdot 10^{-3})^2 0.2 = 5 \cdot 10^{11} (10^{-5})^2 v_{cap}$$

где $N_{v, cap}$ – число вен и капилляров, $d_{v, cap}$ – их диаметр. Отсюда искомое $v_{cap} = 2.5$ мкм/сек.

На частицу в кровотоке действуют три силы: сила вязкого трения, увлекающего частицу в поток F_{flow} , сила Архимеда и сила тяжести. Для шара радиуса r получим:

$$\frac{\rho v^2 \pi r^2}{5} = \Delta \rho g \frac{4}{3} \pi r^3,$$

где $\Delta \rho$ – разность плотностей частицы и крови (формула для разности силы тяжести и силы Архимеда). Отсюда находим выражение для критического радиуса:

$$r = \frac{3 \rho v^2}{20 \Delta \rho g}$$

Таким образом, для вены получаем

$$r_v = \frac{3 \cdot 0.2^2}{20 \cdot 0.5 \cdot 10} = 1.2 \text{ мм} \quad (1)$$

Для капилляров:

$$r_{cap} = \frac{3 \cdot (2.5 \cdot 10^{-6})^2}{20 \cdot 0.5 \cdot 10} = 1.9 \cdot 10^{-13} \text{ м} \quad (2)$$

Итого, с учетом того, что радиус капилляра составляет 5 мкм, искомый диапазон частиц – от $1.9 \cdot 10^{-13}$ м до 5 мкм.

Решение задачи 7. Лазерное позиционирование наночастиц

Для захвата и осаждения наночастиц сила притяжения F_{opt} в точке z_{min} должна быть не меньше (по модулю) силы отталкивания F_{summ}^{max} , в частности, равна ей для случая минимальной мощности лазера (в пренебрежении ускорением наночастиц).

Отсчитывая расстояние от точки фокуса, из прямой пропорциональности $F_{opt} = k \cdot P \cdot z$ при $z_1 = z_{foc} + z_{min} = 32$ нм для произведения $k \cdot P_{min}$ имеем:

$$k \cdot P_{min} = F_{summ}^{max} / z_1 = 0.375 \cdot 10^{-3} \text{ Н/м.}$$

Отсюда:

$$P_{min} = \frac{F_{summ}^{max}/Z_1}{k} = 0.375 \cdot 10^{-3} / 3.75 \cdot 10^{-2} = 0.01 \text{ Вт} = 10 \text{ мВт}$$

Решение задачи 8. Эпитаксия

1. Расчёт параметров следует проводить по формуле Брэгга-Вульфа $2d \cdot \sin\theta = \lambda$, где λ – длина волны использованного излучения, θ – угол, соответствующий дифракционному максимуму, d – межплоскостное расстояние, которое в данном случае равно параметру элементарной ячейки (как для подложки, так и для плёнки, потому что она растёт эпитаксиально). Важно отметить, что параметры ячейки будут совпадать между собой только у объёмного монокристалла, имеющего кубическую структуру. В случае тонких плёнок это работать не будет, так как они находятся в напряжённом состоянии: параметры в плоскости подложки будут несколько растянуты, чтобы лучше соответствовать параметру подложки, а перпендикулярное им направление будет сжато, так как объём ячейки должен оставаться постоянным. Поэтому параметры плёнки в плоскости подложки следует рассчитывать, исходя из постоянства объёма ячейки, а не по соотношению Брэгга-Вульфа: $a_{\parallel} = \sqrt{\frac{a_0^3}{a_{\perp}}}$, где a_0 – параметр объёмного монокристалла.

Полученные значения представлены в таблице 1.

Таблица 1. Параметры элементарной ячейки

Толщина плёнки, нм	Параметр ячейки a_{\parallel} , Å	Параметр ячейки a_{\perp} , Å
60	3.857	3.797
180	3.843	3.825
300	3.840	3.832
Объёмный монокристалл	3.837	3.837

2. Параметры элементарной ячейки тонкой плёнки отличаются от объёмного монокристалла, так как плёнка находится в напряжённом состоянии. Однако с увеличением её толщины происходит релаксация механических напряжений, поэтому параметры ячейки стремятся к значению, соответствующему объёмному монокристаллу. Соответственно, параметры в плоскости подложки уменьшаются, а перпендикулярный параметр возрастает.

Система оценивания

Параметры ячейки – **15 баллов**: объёмный монокристалл – 3 балла, каждая плёнка – 4 балла (по 2 за каждый параметр).

Объяснение зависимости параметров ячейки от толщины плёнки – **5 баллов**.