математика

Математика для школьников 7 – 11 класса (очный тур)
Решения. Простые задачи (вариант 3)

Решение задачи 1. Многогранники из ромбов

1. В состоящем из ромбов многограннике число ребер составляет **E** = 4·**F**/2 = 2**F** (каждой грани принадлежит четыре ребра, но каждое ребро принадлежит двум граням).

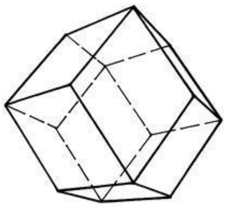
   Воспользовавшись теоремой Эйлера для выпуклых многогранников, выразим общее число вершин: **V** = 2 – **F** + **E** = 2 – **F** + 2**F** = 2 + **F**.

   Поскольку каждое ребро соединяет две вершины, то среднее число ребер, приходящееся на одну вершину, будет 2**E**/**V** = 4**F**/**V** = 4**F**/(2 + **F**) = 4/(1+2/**F**).

   Полученное среднее значение заведомо больше **a** (поскольку по условию **b** – **a** = 1, следовательно, **a** < **b**), следовательно, **a** < 4/(1+2/**F**).

   С другой стороны, для любого натурального **F** выражение 4/(1+2/**F**) < 4.

   Следовательно, **a** < 4. Поскольку в любой вершине многогранника сходятся более двух ребер, единственное решение <u>**a** = 3 и **b** = 4</u>. Пример такого многогранника показан на рисунке.



2. Обозначим **x** число вершин, в которых сходятся **a** = 3 ребра и **y** число вершин, в которых сходятся **b** = 4 ребра. Составим систему уравнений:

   ax/2 + **by**/2 = 3**x**/2 + 4**y**/2 = **E** = 2**F** = <u>32</u> (общее число ребер)
   и **x** + **y** = **V** = 2 + **F** = <u>18</u> (общее число вершин),

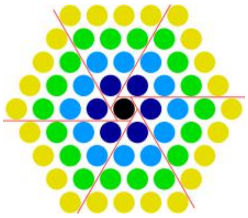
   Решая, получаем **x** = 4(2 + **F**) – 4**F** = <u>8</u> и **y** = 4**F** – 3(2 + **F**) = **F** – 6 = <u>10</u>.

Решение задачи 2. Пирамида из шестиугольников

1. Число атомов в плоском шестиугольном кластере со стороной **n** атомов металла можно представить как сумму атомов металла в шести треугольных кластерах со стороной **n** – 1 атомов (число атомов в треугольнике с ребром **m** представляет собой сумму ряда натуральных чисел от 1 до **m**: $T_m = \sum_1^m k = 0{,}5m(m+1)$) и одного центрального атома: $N_n = 6T_{n-1} + 1 = 3(n-1)n + 1 = 3n^2 - 3n + 1$.

Тогда в пирамиде всего

$$P_n = \sum_1^n \left(3m^2 - 3m + 1\right) = 3\frac{n(n+1)(2n+1)}{6} - 3\frac{n(n+1)}{2} + n = n^3 = 46656 \text{ атомов.}$$



2. Рассмотрим шестиугольную пирамиду, вершины которой лежат в *центрах* атомов образующих вершины нанокластера.

   1) Радиус окружности, описанной вокруг шестиугольного основания пирамиды, равен сумме **n** – 1 расстояний между центрами атомов $\mathbf{R}_6$ = 2**a**(**n** – 1) = 9,8 нм.
   2) По условию, атомы металла из соседних слоев касаются друг друга, значит, высота пирамиды также равна сумме n – 1 расстояний между центрами атомов $\mathrm{H} = 2\mathrm{a}(\mathrm{n}-1)$ = 9,8 нм.
   3) Поскольку высота этой пирамиды равна радиусу окружности, описанной вокруг ее основания, то радиус сферы, описанной вокруг пирамиды, равен радиусу окружности, описанной вокруг основания: **R** = **H** = $\mathbf{R}_6$ = 2**a**(**n** – 1) = 9,8 нм.
   4) Радиус сферы **R’**, описанной вокруг кластера, будет больше R на радиус атома, значит: **R’** = **R** + **a** = 2**a**(**n** – 1) + **a** = **a**(2**n** – 1) = 9,94 нм

Решение задачи 3. Наночастицы серебра

После последнего шага разбавления в суспензии содержится $\mathbf{n}_1$ = 100 – 28 = 72 наночастицы. Таким образом, концентрация на этом шаге равна $\mathbf{c}_\mathbf{x}$ = $\mathbf{n}_1$/100 = 72/100 = 0,72 наночастиц/мл. Каждый из **x** шагов разбавления уменьшает концентрацию наночастиц в суспензии в 100 раз. Тогда концентрация после первого шага равна $\mathbf{c}_1 = \mathbf{c}_\mathbf{x}\cdot 10^{2x} = 0{,}72\cdot 10^{2\cdot(7+1)} = 72\cdot 10^{14}$ наночастиц/мл.

Всего в исходной суспензии было $\mathbf{n}_2 = \mathbf{V}_\mathbf{s}\mathbf{c}_1 = 1000\cdot 72\cdot 10^{14} = 72\cdot 10^{17}$ наночастиц.
Масса одной сферической частицы $\mathbf{m}_1 = \mathbf{V}_1\boldsymbol{\rho} = 4\boldsymbol{\pi}\mathbf{r}^3\boldsymbol{\rho}/3 = 4\cdot 3{,}1\mathbf{r}^3 10{,}5/3 = 43{,}4\mathbf{r}^3$ г.
Их общая масса $\mathbf{m} = \mathbf{m}_1\mathbf{n}_2 = 43{,}4\mathbf{r}^3\cdot 72\cdot 10^{17} = 3{,}12\cdot 10^{20}\mathbf{r}^3$ г.

Тогда радиус одной частицы составляет

$$r = \sqrt[3]{\frac{84\cdot 10^{-3}}{3{,}12\cdot 10^{20}}} = \sqrt[3]{269}\cdot 10^{-8} \approx 6{,}5\cdot 10^{-8} \text{ см или } \underline{0{,}65} \text{ нм.}$$

Решение задачи 4. Комбинаторная библиотека полипептидов

После первой реакции можно получить максимум 20 различных полипептидов, после второй реакции, каждый из этих полученных 20 полипептидов может образовать максимум 20 новых полипептидов, …, после n-ой стадии таким способом можно получить не более $20^\mathbf{n}$ полипептидов.

$$20^{14} = 2^{14}\cdot 10^{14} = 2^{4}\cdot 2^{10}\cdot 10^{14} \approx 2^{4}\cdot 10^{3}\cdot 10^{14} = 1{,}6\cdot 10^{18}$$

Но с другой стороны, в 7 мл 5 микромолярного раствора исходного полипептида содержатся

$$10^{-6}\cdot c\cdot 10^{-3}\cdot V\cdot 6\cdot 10^{23} = 6cV\cdot 10^{14} = 6\cdot 5\cdot 7\cdot 10^{14} = 210\cdot 10^{14} = 2{,}1\cdot 10^{16} \text{ молекул.}$$

Поскольку количество молекул меньше максимально возможного количества вариантов полипептида, полученная комбинаторная библиотека имеет размер не более $2{,}1\cdot 10^{16}$ молекул.

Решение задачи 5. Биомолекулярная карта памяти

1. Объем контейнера **V** = 1,1·1,5·0,1 = 0,165 см^3.
   Масса ДНК **m** = **a**/100·**V**·**ρ** = 30·0,165·1,1 = 0,05445 г.
   Число нуклеотидов $N_o = \dfrac{0{,}165\cdot 1{,}1\cdot 30}{100\cdot 350} 6\cdot 10^{23} = 9{,}33\cdot 10^{19}$.

   Поскольку каждый нуклеотид кодирует 2 бита информации (четырем буквам нуклеотидов можно сопоставить четыре комбинации двух бит, например, A=00,C=01,G=10,T=11), то общий объем закодированной информации равен **I** = 2$\mathbf{N_o}$ или (не забывая, что в одном байте 8 бит) $2\cdot 9{,}33\cdot 10^{19}/8/1{,}1\cdot 10^{12} \approx 2{,}12\cdot 10^{7}$ Тбайт.

2. $\log_{10}1000 = 3$. Точке 3 по оси абсцисс соответствует точка 3 по оси ординат, следовательно, для надежного хранения в течение **T** = 1000 лет необходимо иметь **N** = 1000 копий информации.

   Следовательно, можно хранить $\mathbf{I_{T=1000}} = \mathbf{I}/\mathbf{N} = 2{,}12\cdot 10^{7}/1000 = 2{,}12\cdot 10^{4}$ Тбайт.

Решение задачи 6. Три нанотрубки углеродного тора

1. Нанотрубки:

- высота развертки сегмента (семь расстояний между центрами шестиугольников) равна индексу хиральности нанотрубки Т1 – (7,0) (обращаем внимание, что один из индексов равен нулю);
- ширина малого прямоугольника развертки сегмента (характеризуется индексами хиральности (1,1)) равна 1/6 развертки нанотрубки Т2, то есть, эта нанотрубка задается индексами (6,6);
- ширина большого прямоугольника развертки сегмента (характеризуется индексами хиральности (2,2)) равна 1/6 развертки нанотрубки Т3, то есть, эта нанотрубка задается индексами (12,12).

Поскольку расстояние между центрами шестиугольников составляет $\sqrt{3}a$, то **h** = $2\sqrt{3}a$ и **w** = $1{,}5\sqrt{3}a$, тогда **z** = 4/3.

2. Диаметр цилиндра, описанного вокруг шестиугольной «гайки», равен диаметру окружности, описанной вокруг правильного шестиугольника, вершины которого лежат в центрах пятиугольных циклов, а значит, большой диагонали такого шестиугольника, то есть, удвоенному большому основанию трапеции:

$$\mathbf{D} = 2\cdot 6\mathbf{a} = 1{,}68 \text{ нм.}$$

3.

а) минимальные значения ($\mathbf{n}_2,\mathbf{m}_2$), ($\mathbf{n}_3,\mathbf{m}_3$); **(3 балла)**

Индекс **n** для нанотрубки Т1, согласно выкройке сегмента, можно связать с другими параметрами следующим образом:

$$a\sqrt{3}\,\mathbf{n} = 2\mathbf{h} + 2\mathbf{w} = 2\mathbf{wz} + 2\mathbf{w} = 2\mathbf{w}(\mathbf{z} + 1).$$

То есть, $11\sqrt{3}a = 2w\left(1+2/9\right)$ и $w = \dfrac{11\sqrt{3}a}{2\cdot 11/9} = 4{,}5\sqrt{3}a$.

При этом боковая сторона трапеции составляет

$$l = w/\cos 30^o = 2w/\sqrt{3} = 2\cdot 4{,}5\sqrt{3}a/\sqrt{3} = 9a.$$

Для нанотрубки Т1 (11,0) минимальной внутренней нанотрубкой будет Т2 (6,6). То есть, малая сторона трапеции равна $l_1 = \sqrt{3\cdot 6^2}/6\cdot\sqrt{3}a = 3a$.
Тогда большая сторона трапеции составляет

$$l_2 = 3a + 2\cdot 9a\cos 60^o = 3a + 18a\cdot 0{,}5 = 12a.$$

В тоже время, длина отрезка, задающего нанотрубку Т3, равна

$$\sqrt{n_3^2 + n_3 m_3 + m_3^2}\,\sqrt{3}a = 6l_2 .$$

Поскольку $n_3 = m_3$, то $\sqrt{3n_3^2}\,\sqrt{3}a = 6l_2$,

$$\sqrt{3n_3^2}\,\sqrt{3}a = 6l_2 ,$$
$$n_3 = 2l_2/a = 2 \cdot 12a/a = 24 ,$$

что отвечает минимальной нанотрубке Т3 (24,24).

б) общий вид (**n**$_2$,**m**$_2$), (**n**$_3$,**m**$_3$) для получающейся серии торов; **(1 балл)**

Ширину малого прямоугольника сегмента можно увеличить только с фиксированным шагом 3**a** ($l_1 = 3a(1+k), k \in \mathrm{N}_0$), что приведет к увеличению ширины большого прямоугольника $l_2 = 3a(1+k) + 9a = 3a(4+k)$.
Таким образом, получаем Т2 (6(1+k),6(1+k)) и Т3 (6(4+k),6(4+k)), $k \in \mathrm{N}_0$.

в) число атомов углерода в наноторе из п.3а. **(3 балла)**

Общая площадь поверхности нанотора – это сумма площадей секторов, площадь которых, в свою очередь, представляет собой сумму площадей двух прямоугольников и двух трапеций:

$$S = 6(hl_1 + 0{,}5(l_1 + l_2)w + hl_2 + 0{,}5(l_1 + l_2)w) = 6(l_1 + l_2)(h + w) = 6(l_1 + l_2)w(z+1)$$
$$S = 6(3a + 12a)4{,}5\sqrt{3}a \cdot 11/9 = 495\sqrt{3}a^2$$

При этом на один атом углерода приходится площадь (как соотношение площади правильного шестиугольника и 6 атомов, каждый из которых принадлежит трем шестиугольникам): $S_3 = \dfrac{6 \cdot 0{,}5a^2 \sin 60^o}{6/3} = \dfrac{3\sqrt{3}}{4}a^2$.

Тогда общее число атомов в торе $\dfrac{S}{S_3} = \dfrac{495\sqrt{3}a^2 \cdot 4}{3\sqrt{3}a^2} = 660$.

4.

1) Индекс **x**$_1$ для нанотрубки Т1, согласно выкройке сегмента, можно связать с другими параметрами следующим образом: $a\sqrt{3}$ **x**$_1$ = 2**h** + 2**w** = 2**wz** + 2**w** = 2**w**(**z** + 1). То есть, $w = x_1\sqrt{3}a/(2(z+1))$. При этом боковая сторона трапеции составляет $l = 2w/\sqrt{3} = x_1 a/(z+1)$.

2) Заметим, что нанотрубки Т2 и Т3 являются зубчатыми, причем, поскольку тор делится на шесть равных сегментов, их индексы хиральности можно записать как Т2 (6**x**$_2$,6**x**$_2$) и Т3 (6**x**$_3$,6**x**$_3$).

3) То есть, малая сторона трапеции равна $l_1 = \sqrt{3 \cdot 6^2 x_2^2} / 6 \cdot \sqrt{3} a = 3x_2 a$.

4) Тогда большая сторона составляет

$$l_2 = l_1 + 2l \cos 60^o = 3x_2 a + 2\frac{x_1 a}{(z+1)} \cdot 0{,}5 = \left(3x_2 + \frac{x_1}{(z+1)}\right) a .$$

5) В тоже время, длина отрезка, задающего нанотрубку T3, равна

$$\sqrt{(6x_3)^2 + 6x_3 6x_3 + (6x_3)^2}\sqrt{3}a = 6l_2 .$$

$$\sqrt{3(6x_3)^2}\sqrt{3}a = 6l_2 ,$$

$$x_3 = \frac{l_2}{3a} = \left(3x_2 + \frac{x_1}{(z+1)}\right)\frac{a}{3a} = x_2 + \frac{x_1}{3(z+1)} .$$

6) Для нанотрубки T1 (**x**$_1$,0) минимальной внутренней нанотрубкой будет T2 (6,6) (**x**$_2$ = 1). То есть, при сворачивании нанотрубки заданным **z** мы получаем минимальный тор с нанотрубкой T3 ($6 + \frac{2x_1}{(z+1)}, 6 + \frac{2x_1}{(z+1)}$).

5. Для **z** = 1 выполняется равенство **x**$_1$ = $\frac{4w}{a\sqrt{3}} = \frac{4h}{a\sqrt{3}}$.

Для рассматриваемого типа развертки сегмента боковая сторона трапеции соединяет центры семи- и пятиугольников, соединенных вершинами через ребро. Увеличение такой трапеции возможно только путем добавления к ее боковой стороне пары «большая диагональ шестиугольника-ребро», то есть, 3**a**. Значит, длину боковой стороны трапеции можно записать как $l = w/\cos 30^o = 2w/\sqrt{3} = 3ba$, где $b \in \mathrm{N}_0$, и, следовательно, $w = 1{,}5ba\sqrt{3}$. В то же время, необходимым условием является $\frac{h}{a\sqrt{3}} \in \mathrm{N}_0$ (вершины прямоугольников лежат в центрах пяти- и семиугольников), что при **w** = **h** приводит к условию **b** = 2**c**, $c \in \mathrm{N}_0$.

Подставляя полученные условия, получаем **x**$_1$ = $4 \cdot 3ca\sqrt{3}/(a\sqrt{3}) = 12c$.

То есть, параметр начальной трубки должен быть кратен 12.

Решение задачи 7. Треугольник Серпинского

1. В кластере T$_0$ содержится **n**(**n** + 1)/2 атомов. Поскольку на каждом шаге получения треугольника Серпинского количество атомов утраивается, то число атомов в кластере T$_x$ в 3$^{\mathbf{x}}$ раз больше числа атомов в кластере T$_0$: **N** = 3$^{\mathbf{x}}$·**n**(**n** + 1)/2.

2. Чтобы сформировать оптимальную стратегию поиска **n** и **x**, внимательно посмотрим на полученную зависимость **N**(**n**,**x**). Очевидно, что 3$^{\mathbf{x}}$, **n** и (**n** + 1) – это делители 2**N**. Следовательно, необходимо разложить 2**N** на простые множители и среди множества их произведений искать два последовательных натуральных числа. При этом

очевидно, что в **n** и **n** + 1 обязаны войти все множители 2**N**, отличные от троек, поэтому поиск пары последовательных чисел необходимо начинать с перебора величин, кратных этим множителям.

$$\mathbf{2N} = 2\cdot10206 = 2\cdot3\cdot3402 = 2\cdot3\cdot3\cdot1134 = 2\cdot3\cdot3\cdot3\cdot378 = 2\cdot3\cdot3\cdot3\cdot3\cdot126 = 2\cdot3\cdot3\cdot3\cdot3\cdot3\cdot42 = 2\cdot3\cdot3\cdot3\cdot3\cdot3\cdot3\cdot14 = 3^6\cdot2^2\cdot7$$

Проверим, являются ли делителями числа 2**N** произведения пар последовательных чисел, одно из которых кратно 7:

6·7 не является (остается 2)	13·14 не является (нет 13)	20·21 не является (нет 5)	27·28 является, **n** = 27, **x** = 3	41·42 не является (нет 41)	125·126 не является (нет 5)
7·8 не является (есть только 2^2)	14·15 не является (нет 5)	21·22 не является (нет 11)	28·29 не является (нет 29)	42·43 не является (нет 43)	126·127 не является (нет 127)

Также можно проводить поиск, последовательно деля 2**N** на 3 и каждый раз решая полученное квадратное уравнение относительно **n**, при этом, если квадратное уравнение будет иметь решение в натуральных числах – то это и есть решение задачи. Однако такой алгоритм является более трудоемким, так как натуральные корни квадратного уравнения заведомо являются делителями 2**N**.

3. Сторона такого плоского нанокластера равна $\mathbf{L} = 2^{\mathbf{x}}\mathbf{n} = 2^3\cdot27 = 216$ атомов золота. Размер треугольного нанокластера с длиной ребра **L** атомов равен диаметру окружности, описанной вокруг такого нанокластера:

$$\mathbf{D} = 2R = 2\cdot2(L-1)r/\sqrt{3} + 2r = \left(4L/\sqrt{3} - 4/\sqrt{3} + 2\right)r$$
$$\mathbf{D} = \left(4\cdot(216-1)/\sqrt{3} + 2\right)\cdot0{,}144 = 73{,}1 \text{ нм}$$

(нахождение диаметра окружности, описанной вокруг треугольника, вершины которого лежат в центрах атомов, являющихся вершинами нанокластера **A**, и введение поправки на **r**, учитывающей отличие от модельного расчета).

4. Число атомов золота в нанокластере **B** составляет $\mathbf{N_0} = \mathbf{L}(\mathbf{L} + 1)/2 = 0{,}5\cdot216\cdot217 = 23436$. Таким образом, чтобы получить нанокластер **B**, в нанокластер **A** надо добавить

$$\mathbf{N_2} = \mathbf{N_0} - \mathbf{N} = 23436 - 10206 = 13230 \text{ атомов золота.}$$

5.
   а) $2N(T_2(5)) = 5\cdot6\cdot3\cdot3 = \underline{5\cdot2\cdot3\cdot3}\cdot3 = 10\cdot9\cdot3 = 2N(T_1(9))$ (**N** = 135, $\mathbf{n}_2 = 9$, $\mathbf{x}_2 = 1$).
   б) $2N(T_4(10)) = 10\cdot11\cdot3\cdot3\cdot3\cdot3 = 2\cdot5\cdot11\cdot3\cdot3\cdot3\cdot3 = 2\cdot4455$.

Проверим пары последовательных чисел, одно из которых кратно 11:

21·22 – нет 7	32·33 – нет 2^4	43·44 – нет 43	<u>54·55 – подходит</u>	65·66 – нет 13
22·23 – нет 23	33·34 – нет 17	44·45 – нет 2^2	55·56 – нет 7	66·67 – нет 67

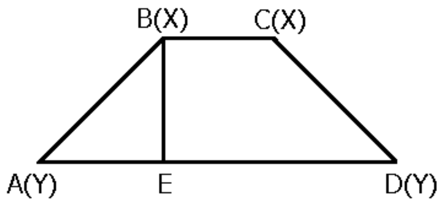
54·55 = 2·3·3·3·5·11
4455·2/54/55 = 3
Таким образом, $\mathbf{n}_2 = 54$, $\mathbf{x}_2 = 1$ и **N** = 4455.

<u>Примечание</u>: решения участников, считавших, что кластер T_0 является полым, также оценивались:

1. ***N** = 3(**n** – 1)·3^x атомов.*
2. ***n** = 15, **x** = 5 (а также **n** = 43, **x** = 4; **n** = 127, **x** = 3; **n** = 379, **x** = 2; **n** = 1135, **x** = 1).*
3. ***L** = 2^5·15 = 480, **D** = 162,5 нм.*
4. ***N**$_0$ = 0,5·480·481 = 115440, **N**$_2$ =105234.*
5. *а) **N** = 108, **n**$_2$ =13, **x**$_2$ = 1.*
   *б) **N** =3^7 = 2187, **n**$_2$ = 4, **x**$_2$ = 5; **n**$_3$ = 28, **x**$_3$ = 3; **n**$_4$ = 82, **x**$_4$ = 2; **n**$_5$ = 243, **x**$_5$ = 1.*

Решение задачи 8. Геометрия каркасных молекул

1.
   1) Для **1** атомы **Y** образуют тетраэдр (4 симметричных вершины, в каждой из которых сходится по три ребра), для **2** – куб (8 вершин, в каждой из которых сходится по три ребра).
      Радиусы описанных сфер для таких многогранников (как несложно вывести) равны $R_{тетр} = \sqrt{6}A/4$ и $R_{куб} = A\sqrt{3}/2$, соответственно. **A** – ребро Платонова тела, равное расстоянию YY в шестиугольнике X_4Y_2 (см. рис).



   2) AB = BC = CD = a,
      AE = a·cos $\angle$EAB= $a \cdot \cos(90^o/2) = a\sqrt{2}/2$,
      A = AD = BC + 2AE = $a + 2a\sqrt{2}/2 = a(1+\sqrt{2})$.

   3) **R**(**1**) = $R_{тетр} = \sqrt{6}(1+\sqrt{2})a/4 \approx$ 1,43a = <u>1,43 нм</u>,
      R(**2**) = $R_{куб} = \sqrt{3}(1+\sqrt{2})a/2 \approx$ 2,04a = <u>2,04 нм</u>.

2.
   1) Для **1** центры шестиугольных граней образуют октаэдр (6 граней X_4Y_2) со стороной **B** = **A**/2 (вершины этого октаэдра лежат в центрах ребер тетраэдра Y_4, его ребра делят треугольную грань тетраэдра на четыре равных треугольника).

      Следовательно:
      r(**1**) = $R_{окт} = \sqrt{2}B/2 = \sqrt{2}A/4 = \sqrt{2}(1+\sqrt{2})a/4 \approx$ 0,84a = <u>0,84 нм</u>.

   2) Для **2** центры шестиугольных граней образуют кубооктаэдр (12 граней X_4Y_2) со стороной **B** = $\sqrt{2}\mathrm{A}/2$ (вершины этого кубооктаэдра лежат в центрах ребер куба Y_8, его ребра отсекают от граней куба равные прямоугольные треугольники). Радиус описанной сферы равен

      r(**2**) = $R_{куб} = B = \sqrt{2}A/2 = \sqrt{2}(1+\sqrt{2})a/2 \approx$ 1,68a = <u>1,68 нм</u>.

3.

1) Каркас **3** состоит из 12 пятиугольников X_5 и 30 шестиугольников X_4Y_2.

2) Площадь правильного пятиугольника составляет

$$S_5 = 5 \cdot \frac{1}{2} \cdot a \cdot \frac{a}{2} tg 54^o = \frac{5a^2}{4} 1{,}4 = 1{,}75a^2.$$

3) Площадь шестиугольника X_4Y_2 равна удвоенной площади трапеции X_2Y_2:

$$S_6 = 2 \cdot 0{,}5 \cdot h \cdot (a + A) = a \sin 45^o \left(a + \left(1 + \sqrt{2}\right)a\right) = a^2 \sqrt{2}/2 \left(2 + \sqrt{2}\right) \approx 2{,}38a^2.$$

4) Общая площадь составляет $12S_5 + 30S_6 = 12 \cdot 1{,}75a^2 + 30 \cdot 2{,}38a^2 = 92{,}4a^2$, что отвечает сфере радиусом **R'** = $\sqrt{\frac{S}{4\pi}} = \sqrt{\frac{92{,}4}{4\pi}}a \approx \sqrt{7{,}45}a \approx$ <u>2,7a</u>.

4.

1) Обозначим массу фрагмента X_3Y как $\mathbf{m}_1$, тогда $\mathbf{m}(X_{12}Y_4) = 4\mathbf{m}_1$, $\mathbf{m}(X_{24}Y_8) = 8\mathbf{m}_1$, $\mathbf{m}(X_{60}Y_{20}) = 20\mathbf{m}_1$.

2) Пусть плотность лекарства равна **ρ**, тогда его масса составляет $m' = V\rho = 4/3 \cdot \pi R^3 \rho$, где для каждого из каркасов соответственно **R'**:

R'(**1**) = 0,5(**R**(**1**) + **r**(**1**)) = 0,5(1,43 +0,84) = <u>1,14 нм</u>,
R'(**2**) = 0,5(**R**(**2**) + **r**(**2**)) = 0,5(2,04 +1,68) = <u>1,86 нм</u>.

3) Запишем $z = \frac{m'}{m} = \frac{4/3 \cdot \pi R'^3 \rho}{m_{(X_3Y)_n}}$.

Тогда $\mathbf{z}_1$:$\mathbf{z}_2$:$\mathbf{z}_3$ = $\frac{4/3 \cdot \pi R'(1)^3 \rho}{4m_1} : \frac{4/3 \cdot \pi R'(2)^3 \rho}{8m_1} : \frac{4/3 \cdot \pi R'(3)^3 \rho}{20m_1} = \frac{R'(1)^3}{4} : \frac{R'(2)^3}{8} : \frac{R'(3)^3}{20}$

$$z_1 : z_2 : z_3 = 10R'(1)^3 : 5R'(2)^3 : 2R'(3)^3$$
$$z_1 : z_2 : z_3 = 10(1{,}14)^3 : 5(1{,}86)^3 : 2(2{,}7)^3$$

$\mathbf{z}_1 : \mathbf{z}_2 : \mathbf{z}_3 \approx$ 14,82 : 32,17 : 39,37
$\mathbf{z}_1 : \mathbf{z}_2 : \mathbf{z}_3 \approx$ 4:9:11