



Физика для школьников 7 – 11 класса (заочный тур)
Решение задачи 1. Наночастицы серы

1. Появление в растворе наночастиц серы обуславливает рассеяние света на них (Рэлеевское рассеяние). Поскольку сечение рассеяния обратно пропорционально четвертой степени длины волны, коротковолновое (сине-фиолетовое) излучение рассеивается сильнее. Следовательно, для наблюдателя со стороны емкость начнет окрашиваться в сине-фиолетовый цвет. С течением времени число наночастиц в растворе будет расти, и цвет раствора будет становиться более насыщенным.
2. В начальный момент времени (сразу после добавления кислоты в раствор) пятно на экране не будет заметно окрашено, пока число рассеивающих центров мало. Но со временем все больше сине-фиолетового света будет рассеиваться на образующихся в растворе наночастицах, следовательно, до экрана будет доходить все меньше коротковолнового излучения, и пятно приобретет красноватый оттенок.



Физика для школьников 7 – 11 класса (заочный тур)
Решение задачи 2. Легированная наночастица

Концентрация n — это отношение общего числа атомов примеси N к объему V

$$n = \frac{N}{V}.$$

Для сферической наночастицы

$$V = \frac{4}{3}\pi R^3.$$

Из приведенного изображения оцениваем R . Оценка дает $R = 25 \text{ нм} = 2,5 \cdot 10^{-6} \text{ см}$.

$$1. \quad N = \frac{n \cdot 4\pi R^3}{3} = 10^{20} \frac{1}{\text{см}^3} \frac{4\pi 2,5^3 10^{-18} \text{ см}^3}{3} = 6,5 \cdot 10^3$$

$$2. \quad n = \frac{N}{\frac{4}{3}\pi R^3} = \frac{3 \cdot 10}{4\pi 125 10^{-21} \text{ см}^3} = 2 \cdot 10^{19} \text{ см}^{-3}$$

3. Внедрение примеси приводит к повышению концентрации равновесных носителей заряда. Донорные примеси создают электронную проводимость n - типа, а акцепторные — дырочную проводимость p - типа. Создавая по соседству области с различным типом проводимости, можно сформировать p - n переход. Создав 2 таких перехода, можно получить биполярный транзистор. Транзисторы позволяют усиливать сигнал, а еще они являются составной частью логических элементов. Внедрение примеси изменяет не только электрические, но и оптические свойства полупроводников.



Физика для школьников 7 – 11 класса (заочный тур)
Решение задачи 3. Получение фуллеренов

Средняя тепловая скорость атомов He и Ar:

$$V_{He} = \sqrt{\frac{3kT}{m_{He}}} = \sqrt{\frac{3 \cdot 1.38 \cdot 10^{-23} \text{ Дж/К} \cdot 300\text{K}}{4 \cdot 1.6 \cdot 10^{-27} \text{ кг}}} \approx 1.4 \text{ км/с}$$

$$V_{Ar} = \sqrt{\frac{3kT}{m_{Ar}}} = \sqrt{\frac{3 \cdot 1.38 \cdot 10^{-23} \text{ Дж/К} \cdot 300\text{K}}{40 \cdot 1.6 \cdot 10^{-27} \text{ кг}}} \approx 0.44 \text{ км/с}$$

При абсолютно упругом соударении выполняются законы сохранения импульса и энергии:

$$m_1 V_{1X} + m_2 V_{2X} = m_1 \tilde{V}_{1X} + m_2 \tilde{V}_{2X}$$

$$\frac{m_1 V_{1X}^2 + m_2 V_{2X}^2}{2} = \frac{m_1 \tilde{V}_{1X}^2 + m_2 \tilde{V}_{2X}^2}{2},$$

где V_{1X} и V_{2X} проекции скоростей до соударения,
 а \tilde{V}_{1X} и \tilde{V}_{2X} проекции скоростей после соударения.

Для скоростей атома №1(углерод) в случаях а) и б) после соударения получаем:

$$\text{а) } \tilde{V}_{1X} = \frac{(m_1 - m_2) \cdot V_1 - 2 \cdot m_2 \cdot V_2}{m_1 + m_2} \Rightarrow \frac{\tilde{V}_{1X}}{V_{1X}} = \frac{(m_1 - m_2) - \frac{2 \cdot m_2 \cdot V_2}{V_1}}{m_1 + m_2}$$

$$\text{б) } \tilde{V}_{1X} = \frac{(m_1 - m_2) \cdot V_1 + 2 \cdot m_2 \cdot V_2}{m_1 + m_2} \Rightarrow \frac{\tilde{V}_{1X}}{V_{1X}} = \frac{(m_1 - m_2) + \frac{2 \cdot m_2 \cdot V_2}{V_1}}{m_1 + m_2}$$

$$\text{а) He: } \frac{\tilde{V}_{1X}}{V_{1X}} = \frac{(12-4) - \frac{2 \cdot 4 \cdot 1.4}{3}}{12+4} \approx 0.26$$

$$\text{б) Ar: } \frac{\tilde{V}_{1X}}{V_{1X}} = \frac{(12-40) - \frac{2 \cdot 40 \cdot 0.44}{3}}{12+40} \approx -0.76$$

$$\text{а) He: } \frac{\tilde{V}_{1X}}{V_{1X}} = \frac{(12-4) + \frac{2 \cdot 4 \cdot 1.4}{3}}{12+4} \approx 0.73$$

$$\text{б) Ar: } \frac{\tilde{V}_{1X}}{V_{1X}} = \frac{(12-40) + \frac{2 \cdot 40 \cdot 0.44}{3}}{12+40} \approx -0.31$$

Вывод: в He скорость падает, но направление не меняется, а в Ar скорость падает и направление меняется.



Физика для школьников 7 – 11 класса (заочный тур)
Решение задачи 4. Сепарация наночастиц по размерам

Для эффективной сепарации наночастиц по размерам необходимо, чтобы прорезь начинала пересекать пучок в момент пролета первых частиц (мелких), а заканчивала – в момент пролета последних (крупных). Скорость крупных частиц найдем из условия:

$$v = 1700 \cdot e^{0.3} \cdot e^{-0.7} \approx 1140 \text{ м/с.}$$

Время подлета наиболее крупных частиц к диску:

$$\tau = \frac{0.13 \text{ м}}{1140 \text{ м/с}} \approx 114 \text{ мкс}$$

За это время диск должен повернуться на угол примерно равный (учитывая малость диаметра пучка по сравнению с диаметром диска):

$$\alpha \approx \frac{(7 + 1)\text{мм}}{(137/2 - 7/2)\text{мм}} = \omega \cdot \tau$$

Откуда находим оценку для угловой скорости: $\omega \approx 1080 \text{ с}^{-1}$.



Физика для школьников 7 – 11 класса (заочный тур)
Решение задачи 5. Плавучесть наночастиц для биомедицины

1. Например, такие наночастицы можно использовать для “доставки лекарств”, активное вещество загружается в поры и попадает в нужный орган. Другой пример. Если заполнить поры радиоактивным изотопом, можно будет использовать наночастицы для диагностики, исходя из того, что они, например, попадают в раковую опухоль.
2. Плотность наночастицы равна:

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{\rho_{Si} \cdot 4/3 \pi r^3 (1 - P) + \rho_{SiO_2} \cdot 4/3 \pi (R^3 - r^3) \cdot (1 - P) + \rho_W \cdot 4/3 \pi (R^3 - r^3) P}{4/3 \pi R^3} \quad (1)$$

Сделаем для удобства замену переменных:

$$\kappa = \frac{r^3}{R^3} \quad (2)$$

Получим выражение, приравняв к плотности воды (условие плавучести)

$$\rho = \rho_{Si} \kappa (1 - P) + \rho_{SiO_2} (1 - \kappa) (1 - P) + \rho_W (1 - \kappa) P = \rho_W \quad (3)$$

$$\rho_{Si} \kappa (1 - P) - \rho_{SiO_2} \kappa (1 - P) - \rho_W \kappa P = \rho_W - \rho_{SiO_2} (1 - P) - \rho_W P \quad (4)$$

$$\kappa = \frac{(\rho_W - \rho_{SiO_2})(1 - P)}{\rho_{Si}(1 - P) - \rho_{SiO_2}(1 - P) - \rho_W P} \quad (5)$$

$$\kappa = \frac{r^3}{R^3} = \frac{(1 - 2.65) \cdot 0.3}{2.32 \cdot 0.3 - 2.65 \cdot 0.3 - 0.7} = \frac{-0.495}{-0.799} = 0.619 \quad (6)$$

$$r = 300 \cdot 0.619^{1/3} = 255 \text{ нм} \quad (7)$$



Физика для школьников 7 – 11 класса (заочный тур)
Решение задачи 6. Нанопленка для солнечных элементов

1. Толщина плёнки ($d = 62,5$ нм) такова, что свет на длине волны $\lambda = 900$ нм практически не поглощается.

$$I_{\text{пр}} = I_{\text{пад}} e^{-\alpha d} = I_{\text{пад}} e^{-306 \cdot 62,5 \cdot 10^{-7}} \approx I_{\text{пад}} e^{-0,002} \approx 0,998 \cdot I_{\text{пад}}$$

Потери на поглощение менее 1%.

Для второго случая толщина пластины ($d = 1$ мкм).

$$I_{\text{пр}} = I_{\text{пад}} e^{-\alpha d} = I_{\text{пад}} e^{-306 \cdot 1 \cdot 10^{-4}} \approx I_{\text{пад}} e^{-0,03} \approx 0,97 \cdot I_{\text{пад}}$$

Потери на поглощение около 3%.

2. По формуле для интенсивности прошедшего света при многолучевой интерференции:

$$I = \frac{(1-R)^2}{(1-R)^2 + 4R \sin^2\left(\frac{2\pi dn}{\lambda}\right)} I_0 \quad (1)$$

Для плёнки толщиной 62,5 нм выполняется условие: $2dn = \frac{\lambda}{2}$.

Для второй плёнки толщиной 1 мкм выполняется условие $2dn = m\lambda$, при $m = 8$.

В первом случае по формуле (1) получаем:

$$I_1 = \frac{(1-0,3)^2}{(1-0,3)^2 + 4 \cdot 0,3 \sin^2\left(\frac{\pi}{2}\right)} I_0 \approx 0,29 I_0.$$

Во втором

$$I_2 = \frac{(1-0,3)^2}{(1-0,3)^2 + 4 \cdot 0,3 \sin^2(8\pi)} I_0 = I_0$$

Отношение интенсивностей: $\frac{I_1}{I_2} \approx 0,29$.

Вывод: через более толстую пленку проходит больше света!



Физика для школьников 7 – 11 класса (заочный тур)
Решение задачи 7. Люминесценция квантовых точек

1. Сергей сперва исследовал квантовые точки со средним размером 5 нм. Он наблюдал синюю линию, которая призмой отклоняется сильнее, чем красный свет. Потом - квантовые точки со средним размером 10 нм.

У Николая была обратная последовательность исследований. Но в решетке при дифракции лучей красный свет имеет максимумы дальше от центра (засветка от лампы без решетки), чем синяя линия.

2. Они оба наблюдали зависимость положения максимума ФЛ от размера наночастиц, но сделали это в разной последовательности.
3. Разрешающая способность:

$$R = \frac{630+480}{2 \cdot (630-480)} = 3,7.$$

Это невысокое значение, и экспериментаторы наверняка смогли различить эти линии. Дифракционные решетки с большим числом штрихов на единицу длины предпочтительнее, т. к. имеют более высокую разрешающую способность.



Физика для школьников 7 – 11 класса (заочный тур)
Решение задачи 8. Оптоакустические наноконтрасты

1. Суть метода заключается в регистрации ультразвукового излучения, которое возникает в результате теплового расширения объектов, нагретых посредством лазерного излучения.
2. Интенсивность сигнала определяется тремя параметрами, а именно коэффициентом теплового расширения, β , удельной теплоемкостью, C , и удельной мощностью нагрева, H (в Вт/м³).

$$I = \frac{\beta}{C} H. \quad (1)$$

Таким образом, все определяется коэффициентом теплового расширения, β , и теплоемкостью наночастиц, C , т.к. мощность нагрева одинакова ввиду одинаковости загрузки красителя.

Табличные величины:

- 1) Кремний $\beta_{Si} = 2.6 \cdot 10^{-6} \text{ K}^{-1}$, $C_{Si} = 0.7 \text{ Дж/г К}$.
- 2) Оксид кремния $\beta_{SiO_2} = 5.6 \cdot 10^{-7} \text{ K}^{-1}$, $C_{SiO_2} = 1 \text{ Дж/г К}$.

Однако присутствие воды в порах приведет к изменению эффективной теплоемкости наночастицы, т.к. часть энергии будет уходить на нагрев воды, в том время, как на тепловое расширение наночастицы присутствие воды не влияет, т.к. наночастицы и вода могут расширяться независимо друг от друга.

Оценим эффективные теплоемкости наночастиц:

$$C_{Si} = \frac{C_{Si}(1 - P)\rho_{Si} + C_W P \rho_W}{(1 - P)\rho_{Si} + P\rho_W} = \frac{0.7 \cdot 0.7 \cdot 2.32 + 4.2 \cdot 0.3 \cdot 1}{0.7 \cdot 2.32 + 0.3 \cdot 1} = 1.24 \text{ Дж/гК} \quad (2)$$

$$C_{SiO_2} = \frac{C_{SiO_2}(1 - P)\rho_{SiO_2} + C_W P \rho_W}{(1 - P)\rho_{SiO_2} + P\rho_W} = \frac{1 \cdot 0.7 \cdot 2.65 + 4.2 \cdot 0.3 \cdot 1}{0.7 \cdot 2.65 + 0.3 \cdot 1} = 1.45 \text{ Дж/гК} \quad (3)$$

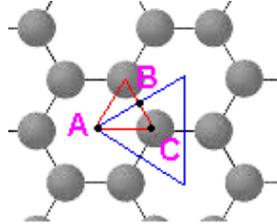
Отсюда вытекает, что оптоакустический сигнал будет больше для кремниевых наночастиц в

$$\eta = \frac{\beta_{Si} C_{SiO_2}}{\beta_{SiO_2} C_{Si}} = \frac{2.6 \cdot 1.45}{5.6 \cdot 1.24} = 5.4 \text{ раза.} \quad (4)$$



Физика для школьников 7 – 11 класса (заочный тур)
Решение задачи 9. Нанопонтон из графена – нанотрубка

1. Оценим плотность графена:



По теореме Пифагора для ΔABC : $AC^2 = AB^2 + BC^2$.

Поскольку $AC = 2BC = a$ (где $a = 0,14$ нм – расстояние между центрами атомов углерода), то $AB = \sqrt{a^2 - (a/2)^2} = a\sqrt{3}/2$.

На один атом углерода приходится площадь синего треугольника, который состоит из 6 ΔABC . Из 2-х ΔABC можно сложить прямоугольник со сторонами $a\sqrt{3}/2$ и $a/2$, то есть, площадью $a^2\sqrt{3}/4$. Значит, площадь, приходящаяся на один атом углерода равна $3a^2\sqrt{3}/4$.

$$\rho_{G,s} = \frac{m_C}{S_C} = \frac{12 \cdot 1,66 \cdot 10^{-27}}{(3\sqrt{3}a^2/4)} = \frac{1,992 \cdot 10^{-26}}{(3\sqrt{3} \cdot (0,142 \cdot 10^{-9})^2/4)} = 7,6 \cdot 10^{-7} \text{ кг/м}^3.$$

Возьмем нанотрубку длиной L с радиусом R .

Масса такой УНТ примерно равна $m_{nt} = S\rho_{G,s} = 2\pi RL\rho_{G,s}$

Объем рассматриваемой нанотрубки составляет $V_{nt} = \pi R^2 L$.

Масса вытесненной нанотрубкой воды – $m_w = V_{nt}\rho_w = \pi R^2 L\rho_w$.

Тогда для нанопонтона, вес, которого будет равен весу вытесненной воды, получаем:

$$2\pi RL\rho_{G,s}g = \pi R^2 L\rho_w g \text{ или } 2\rho_{G,s} = R\rho_w$$

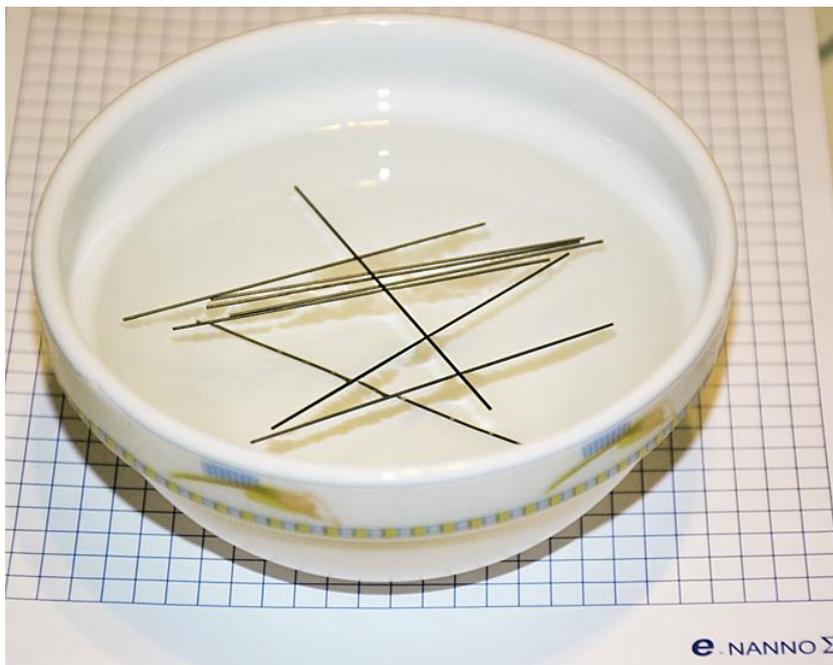
Тогда

$$R = \frac{2\rho_{G,s}}{\rho_w} = \frac{2 \cdot 7,6 \cdot 10^{-7}}{1000} \approx 1,52 \cdot 10^{-9} \text{ м (1,5 нм)}.$$

Т.е. закрытая УНТ станет легче воды, начиная с диаметра **3 нм**.

2. По условию понтон – это баллон, который легче воды. При увеличении диаметра закрытой УНТ ее плотность будет уменьшаться (т.е. она останется на плаву), но если мы «откроем» обычный понтон – внутрь попадет вода, и он утонет. Однако для нанопонтона это почему-то не происходит, т.е. можно предположить, что существует сила, препятствующая затеканию воды в открытую нанотрубку. Если жидкость смачивает поверхность капилляра, то столбик жидкости будет подниматься по нему вверх (например, как вода и стекло). Но материалы на основе графена плохо смачиваются водой (это нам косвенно демонстрирует эксперимент из п.3). Поэтому, чтобы «загнать» воду внутрь капилляра из углеродной нанотрубки, необходимо приложить дополнительное давление, тем большее, чем меньше радиус УНТ.

3. Если ничего не знать о смачиваемости материала грифеля водой, то без эксперимента ответить на этот вопрос сложно. Опытным путем можно установить (см. фотографию), что кусочки тонкого грифеля, будучи осторожно помещенными на поверхность воды, не смачиваются и остаются наплаву. Отметим, что, несмотря на то, что из грифелей можно построить переправу, по условию задачи грифель не является нанопонтоном, поскольку он тяжелее воды и тонет после погружения в воду (на фотографии один из грифелей после погружения остается лежать на дне).





Физика для школьников 7 – 11 класса (заочный тур)
Решение задачи 10. Взрыв нанокластера

1. Чтобы разрушить частицу, необходимо к разным ее частям приложить противоположно направленные силы, которые совершат работу по созданию новой поверхности. При ионизации частицы приобретают электрический заряд, а возникающая при этом сила кулоновского отталкивания между одноименными зарядами и будет той силой, которая при достаточно большом заряде может совершить работу по разделению капли на фрагменты.

2. Если разделить каплю радиуса R на n равных частей, то суммарный объем капель не изменится: $V = nV_2$ и значит $R_2 = \frac{R}{\sqrt[3]{n}}$

Поверхностная энергия системы при этом увеличивается

$$\text{от } E_s = \sigma S = \sigma 4\pi R^2 \text{ до } E_{s2} = n\sigma 4\pi \left(\frac{R}{\sqrt[3]{n}}\right)^2$$

Энергия электрического поля системы при этом уменьшается

$$\text{от } E = \frac{q^2}{2C} = \frac{q^2}{8\pi\epsilon_0 R} \text{ до } E_2 = n \frac{q_2^2}{8\pi\epsilon_0 R_2} = \frac{\sqrt[3]{n}}{n} \frac{q^2}{8\pi\epsilon_0 R}$$

Очевидно, при разделении капли обязан соблюдаться **закон сохранения энергии**, вследствие которого итоговое число фрагментов при заданном заряде капли будет ограничиваться сверху (для упрощения считаем, что капля и ее фрагменты после разделения покоятся):

$$E_s + E > E_{s2} + E_2$$

$$\sigma 4\pi R^2 + \frac{q^2}{8\pi\epsilon_0 R} > n\sigma 4\pi \left(\frac{R}{\sqrt[3]{n}}\right)^2 + \frac{nq^2 \sqrt[3]{n}}{n^2 8\pi\epsilon_0 R}$$

$$\frac{q^2}{8\pi\epsilon_0 R} (1 - n^{-2/3}) > 4\pi R^2 \sigma (n^{1/3} - 1)$$

$$\frac{q}{e} > \frac{4\pi R^{3/2}}{e} \sqrt{2\sigma\epsilon_0 \frac{n^{1/3} - 1}{1 - n^{-2/3}}}$$

Если рассматривать деление капли, потерявшей q/e электронов на 2, 3, 4 .. n частей, то (обозначим правую часть неравенства как $f(n)$) возможны 3 варианта:

- 1) $160 < f(2)$ – заряд 160+ недостаточен даже для деления капли на 2;
- 2) $f(n') < 160 < f(n'+1)$ – заряда хватает, чтобы разделить каплю на n' частей, но не хватит для деления на $n'+1$ часть (где n' меньше заданного q/e);
- 3) $160 > f(q/e)$ – заряда хватает, чтобы полностью разделить каплю на 160 частей.

Подставляя указанные в условии величины параметров и справочные константы:

$$160 > \frac{4 \cdot 3,14 \cdot (3 \cdot 10^{-9})^{3/2}}{1,60 \cdot 10^{-19}} \sqrt{2 \cdot 1 \cdot 8,85 \cdot 10^{-12} \cdot \frac{n^{1/3} - 1}{1 - n^{-2/3}}}$$

$$160 > 54,2 \cdot \sqrt{\frac{n^{1/3} - 1}{1 - n^{-2/3}}}$$

Решать такое неравенство удобно графически либо методом перебора (можно еще догадаться искать число **n** среди делителей 160).

n	2	3	4	5	...	160
q/e	45,5	50,8	53,6	56,4	...	116,2 (<160)

Таким образом, мы видим, что реализуется вариант (3) – полное разделение заряда капли на 160 частей. Диаметр итоговых нанокластеров-капель составит $D_2 = 6/\sqrt[3]{160} \approx \underline{\underline{1,1}}$ нм.

Изначально в задаче предполагалась наночастица не диаметром, а радиусом 6 нм, которая, согласно такой же логике решения, должна делиться на 5 частей радиусом 3,5 нм.