

9 класс

Задача 1.

Пассажир первого вагона прогуливался по перрону. Когда он подошел к двери последнего вагона, поезд начал движение с постоянным ускорением $a = 0,072 \text{ м/с}^2$. В этот момент времени пассажир побежал к своему вагону, находясь от него на расстоянии 250 м. С какой наименьшей постоянной скоростью должен бежать пассажир для того чтобы успеть сесть в свой вагон.

Решение:

Поместим начало координатной оси в центр двери последнего вагона, ось x направим параллельно скорости поезда; v – проекция скорости пассажира на ось. Координаты первого вагона $x_1(t) = s + at^2/2$ и пассажира $x_2(t) = vt$. В момент времени $t=T$ имеем уравнение $x_1(t) = x_2(t)$; отсюда $s + aT^2/2 = vT$. Квадратное уравнение разрешимо относительно T при условии $v > v_{\min} = \sqrt{2as} = 6 \text{ м/с}$.

Ответ: Наименьшая скорость пассажира, при которой он еще успевает сесть в вагон, равна $v_{\min} = 6 \text{ м/с}$.

Примерные критерии оценивания

Этап решения	Балл
Верная запись уравнений движения поезда и пассажира	3
Правильное квадратное уравнение	2
Верная оценка условия разрешимости уравнения и минимальной возможной скорости	4
Верный численный ответ	1
Максимальный балл за правильный и обоснованный ответ	10

Задача 2.

Жонглер бросает три шарика вертикально вверх с одинаковыми начальными скоростями $v_0 = 4,9 \text{ м/с}$ через равные интервалы времени. В некоторый момент времени T первый и третий шарики находятся на одном уровне. Какова высота h , на которой находится в этот момент времени второй шарик.

Решение:

Направим ось y вертикально вверх от уровня бросания шарика. Уравнения движения шариков:

$$y_1(t) = v_0 t - \frac{gt^2}{2};$$

$$y_2(t) = v_0(t - t_0) - \frac{g(t - t_0)^2}{2};$$

$$y_3(t) = v_0(t - 2t_0) - \frac{g(t - 2t_0)^2}{2}.$$

Согласно условию $y_1(T) = y_3(T)$ получим уравнение

$$v_0 T - \frac{gT^2}{2} = v_0(T - 2t_0) - \frac{g(T - 2t_0)^2}{2}, \text{ из которого следует, что } T - t_0 = \frac{v_0}{g}$$

Поставляем это выражение в уравнение движения второго шарика и получаем,

$$\text{что искомая высота будет равна } h = y_2(T) = \frac{v_0^2}{2g} = 1,225 \text{ м.}$$

Ответ: $h=1,225$ м.

Примерные критерии оценивания

Этап решения	Балл
Верная запись уравнений движения шариков	2
Правильное уравнение высот 1-го и 3-го шариков	2
Правильное решение уравнения	3
Правильное выражение для высоты 2-го шарика	2
Верный численный ответ	1
Максимальный балл за правильный и обоснованный ответ	10

Задача 3.

На горизонтальное дно сосуда положили деревянный уголок. На рисунке 1 показано его сечение, все углы прямые. Когда уровень воды поднялся до половины высоты уголка, он оторвался от дна.

Найдите плотность материала уголка, если плотность воды $\rho_0 = 1000 \text{ кг/м}^3$.

Решение:

Отрыв уголка произойдет, когда сила тяжести будет равна архимедовой силе:

$$\rho_0 g V_0 = mg \Rightarrow \rho_0 V_0 = \rho V. \quad (V_0 - \text{объем вытесненной}$$

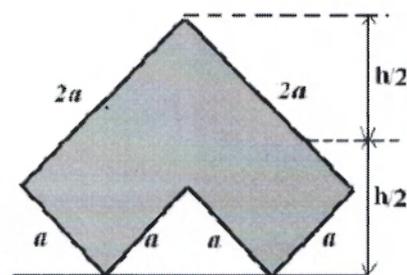


Рис. 1.

воды). Подразумевается, что толщина уголка постоянна, то отношение объемов всего уголка и его погруженной части равно отношению площадей $V/V_0 = S/S_0$. Площадь всего уголка $S=3a^2$, а площадь ниже половинной высоты находится из геометрических соображений: $S_0=15a^2/8$.

Тогда плотность материала уголка равна:

$$\rho = \frac{\rho_0 V_0}{V} = \rho_0 \frac{S_0}{S} = \rho_0 \frac{5}{8} = 625 \text{ кг/м}^3.$$

Ответ: $\rho=625 \text{ кг/м}^3$.

Примерные критерии оценивания

Этап решения	Балл
Верная запись условия отрыва уголка от дна	3
Верное соображение о том, что соотношение объемов равно соотношению площадей	2
Верный расчет площадей погруженной и непогруженной частей уголка	2
Правильное выражение для плотности	2
Верный численный ответ	1
Максимальный балл за правильный и обоснованный ответ	10

Задача 4.

Найдите удельную теплоемкость смеси, содержащей по массе 30% воды и 70% песка, если удельная теплоемкость песка составляет 0,2 от удельной теплоемкости воды, а теплоемкость воды равна 4200 Дж/(кг·К).

Решение:

Рассчитаем теплоемкость 1 кг компонент смеси:

Рассмотрим 1 кг смеси. В нем содержится 0,7 кг песка с теплоемкостью:

$$C_{\text{п}} = 0,7 \cdot 0,2 \cdot 4200 = 588 \text{ Дж/К} \text{ и } 0,3 \text{ кг воды с теплоемкостью:}$$

$$C_{\text{в}} = 0,3 \cdot 4200 = 1260 \text{ Дж/К.}$$

Тогда теплоемкость 1 кг смеси (удельная теплоемкость) смеси будет равна:

$$C = C_{\text{п}} + C_{\text{в}} = 1848 \text{ Дж / (кг К).}$$

Ответ: $C = 1848 \text{ Дж / (кг К)}$.

Примерные критерии оценивания

Этап решения	Балл
Верная запись теплоемкостей компонент смеси	4
Верное выражение для теплоемкости смеси	4
Верный численный ответ	2
Максимальный балл за правильный и обоснованный ответ	10

Задача 5.

Батарейка типа «Крона» имеет напряжение 9 В. Какое напряжение будут показывать вольтметры, подключенные по схеме, изображенной на рис. 2 (внутреннее сопротивление всех вольтметров одинаково).

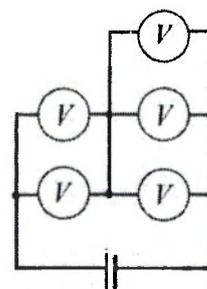


Рис. 2.

Решение:

Найдем силу тока, текущего через подключенные к батарейке вольтметры.

$I = \frac{U}{R}$, где R – общее сопротивление подключенных вольтметров (внутренним сопротивлением батареи пренебрегаем). Обозначим внутреннее сопротивление вольтметра через r . Вольтметры подключены последовательно двумя блоками по два и три параллельно соединенных вольтметра. Тогда общее сопротивление равно: $R = \frac{r}{2} + \frac{r}{3} = \frac{5r}{6}$. Общая сила тока равна: $I = \frac{6U}{5r}$. Через каждый вольтметр левой части схемы течет ток $I/2$, т.е. они покажут значение $u_1 = \frac{I}{2} \cdot r = \frac{3}{5}U = 5,4$ В, а через каждый из вольтметров в правой части схемы ток $I/3$, т.е. $u_2 = \frac{I}{3} \cdot r = \frac{2}{5}U = 3,6$ В.

Ответ: Два вольтметра покажут по 5,4 В, а три вольтметра по 3,6 В.

Примерные критерии оценивания

Этап решения	Балл
Правильная идея о вычислении суммарного внутреннего сопротивления вольтметров	2
Правильное выражение для вольтметров включенных последовательно и параллельно	2

Определение вольтметров, на которых будут одинаковые и разные показания	2
Верное выражение для падения напряжения на вольтметре	2
Верный численный ответ	2
Максимальный балл за правильный и обоснованный ответ	10