

8 класс

Задача 1.

Грузовик едет по пустой дороге с постоянной скоростью 54 км/ч. Известно, что светофор на этой дороге разрешает и запрещает проезд каждые 25 секунд. Находясь от светофора на расстоянии 550 м, водитель увидел, что появился разрешающий сигнал. Через 10 секунд после этого водитель решил не останавливаться на светофоре и снизил скорость. С какой скоростью ему следует поехать, чтобы проехать перекресток без остановки на зеленый сигнал светофора?

Решение:

Водитель решил изменить скорость, когда до светофора осталось 400 м (за 10 сек грузовик проехал 150 м). До моментов появления запрещающих сигналов остается 15 с либо 1 мин. 5 с, 1 мин. 55 с т.д., а до появления разрешающих – 40 с, 90 с и т.д. Чтобы подъехать к светофору быстрее, чем за 15 секунд, ему пришлось бы не уменьшить, а увеличить скорость. Чтобы подъехать к моменту включения следующих разрешающих сигналов, ему надо снизить скорость до $400/40=10$ м/с = 36 км/ч или до $400/90=4,44$ м/с = 16 км/час и т.д. Но так как водитель не хочет подъехать к включению запрещающего сигнала, то его скорость должна быть не менее, чем $400 \text{ м} / 65 \text{ с} = 6,15$ м/с = 22,2 км/ч, т.е. скорость должна быть в диапазоне от 22,2 до 36 км/ч. Условию задачи удовлетворяют и другие диапазоны, например, $12,5 \div 16$ км/ч и т.д.

Ответ: нужно поехать со скоростью в диапазоне 22,2 до 36 км/ч или $12,5 \div 16$ км/ч.

Примерные критерии оценивания

Этап решения	Балл
Верная оценка времени до появления сигналов светофора	4
Указание необходимых скоростей в виде диапазона, а не одного значения	4
Правильный численный ответ для диапазона скоростей	2
Максимальный балл за правильный и обоснованный ответ	10

Задача 2.

При каком наименьшем числе брёвен сделанный из них плот способен держать четырёх человек массой по 80 кг каждый? Плотность древесины принять равной 725 кг/м^3 , а размеры бревна: радиус 8 см, длина 3 м.

Решение:

Предельное положение будет в случае, когда четыре человека встав на плот, погрузят его целиком в воду так, что сами будут только касаться воды. Условие равновесия в этом случае будет иметь вид

$$(4m + M)g = F_A = \rho_{\text{в}}gV, \quad (1)$$

где V – объем погруженных бревен равен

$$V = NV_1 = NSl = N\pi R^2l,$$

а M – масса бревна, равная

$$M = N\rho V_1 = N\rho\pi R^2l.$$

Подставим в формулу (1)

$$(4m + N\rho\pi R^2l) = \rho_{\text{в}}N\pi R^2l,$$

откуда

$$N = 4m / ((\rho_{\text{в}} - \rho)\pi R^2l) = 19,3.$$

Наименьшее число бревен должно быть равно 20.

Ответ $N=20$.

Примерные критерии оценивания

Этап решения	Балл
Верно записанное уравнение равновесия	2
Правильное выражение для объема бревен	3
Верное решение уравнения	3
Корректная оценка числа бревен, как наибольшего ближайшего целого числа	2
Максимальный балл за правильный и обоснованный ответ	10

Задача 3.

Два открытых сверху цилиндрических сосуда стоят на горизонтальной плоскости. Первый сосуд заполнен водой, второй – нефтью с плотностью $\rho_{\text{н}}=800 \text{ кг/м}^3$. Давления на уровне дна в первом и втором сосудах одинаковы. На какой высоте h от дна сосуда разность давлений нефти и воды будет равна 2 кПа.

Решение:

Пусть высота воды и нефти в сосудах равны H_{wat} и H_{oil} . Давления на уровне дна равны, т.е. $\rho_{oil}gH_{oil} = \rho_{wat}gH_{wat}$ (атмосферное давление полагаем одинаковым для обоих сосудов p_0). Поместим начало координат оси z на уровне дна и направим ось вертикально вверх. Давления, создаваемые нефтью и водой, представляют собой функции

$$p_{oil}(z) = p_0 - \rho_{oil}g(z - H_{oil}), \quad p_{wat}(z) = p_0 - \rho_{wat}g(z - H_{wat}).$$

Разность давлений на уровне с координатой h будет равна

$$p_{wat}(h) - p_{oil}(h) = (\rho_{wat} - \rho_{oil})gh. \text{ Отсюда } h = \frac{p_{wat}(h) - p_{oil}(h)}{(\rho_{wat} - \rho_{oil})g} = 1,02 \text{ м.}$$

Ответ: $h = \frac{\Delta p}{(\rho_a - \rho_n)g} = 1,02 \text{ м.}$

Примерные критерии оценивания

Этап решения	Балл
Верное выражение для равенств давлений на дне	2
Верные выражения для зависимости давлений от расстояния	2
Верно составленное уравнение для определения высоты	3
Правильное аналитическое решение	1
Верный численный ответ	2
Максимальный балл за правильный и обоснованный ответ	10

Задача 4.

Электрическая цепь составлена из семи последовательно соединенных резисторов: $R_1=1$ кОм, $R_2=2$ кОм, $R_3=3$ кОм, $R_4=4$ кОм, $R_5=5$ кОм, $R_6=6$ кОм, $R_7=7$ кОм и четырёх перемычек (см. рис. 1). Входное напряжение $U=53,2$ В. Определите, на каком резисторе, сила тока будет минимальна, определите её значение.

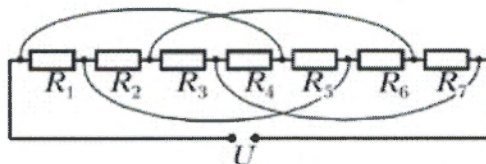
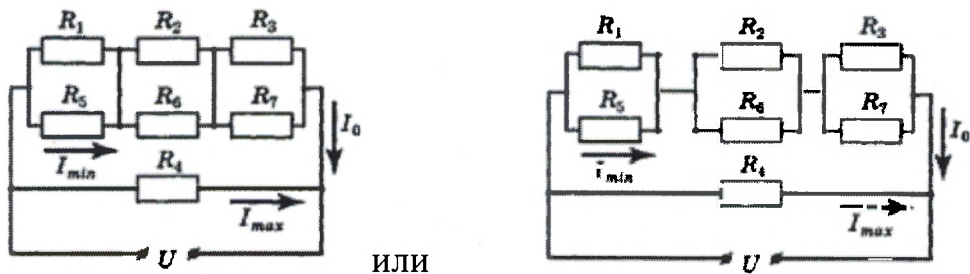


Рис. 1.

Решение:

Рассмотрим эквивалентную схему цепи.



или

Сопротивление $R_{1,5}$ параллельно соединенных резисторов R_1 и R_5 равно:

$$R_{1,5} = \frac{R_1 \cdot R_5}{R_1 + R_5} = \frac{5}{6} \text{ кОм.}$$

Аналогично для остальных резисторов:

$$R_{2,6} = \frac{R_2 \cdot R_6}{R_2 + R_6} = \frac{3}{2} \text{ кОм.}$$

$$R_{3,7} = \frac{R_3 \cdot R_7}{R_3 + R_7} = \frac{21}{10} \text{ кОм.}$$

Таким образом, сопротивление всей верхней цепочки из резисторов

$$R = R_{1,5} + R_{2,6} + R_{3,7} = 4 \frac{13}{30} \text{ кОм.}$$

Поскольку $R > R_4$, то сила тока, протекающего через R_4 , будет максимальной:

$$I_{max} = \frac{U}{R_4} = 13,3 \text{ мА.}$$

Сила тока, протекающая через верхнюю цепочку равна:

$$I = \frac{U}{R} = 12 \text{ мА.}$$

Суммарная сила токов, протекающих через пары параллельных резисторов, одинакова для каждой пары; в паре же силы токов относятся друг к другу обратно пропорционально сопротивлениям. Отсюда следует, что сила тока, протекающего через R_5 , будет минимальной:

$$I_{min} = 2 \text{ мА.}$$

Ответ: $I_{max} = 13,3 \text{ мА}$ (резистор R_4); $I_{min} = 2 \text{ мА}$ (резистор R_5)

Примерные критерии оценивания

Этап решения	Балл
Правильная эквивалентная схема	3
Правильные выражения и расчёты для сопротивлений с учетом последовательного и параллельного включения	2
Верное определение резисторов, через которые течет максимальный и минимальный токи	2
Правильное уравнение закона Ома для нужных резисторов	2

Верный численный ответ	1
Максимальный балл за правильный и обоснованный ответ	10