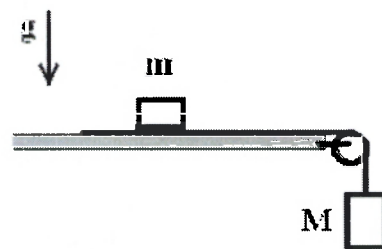


10 класс

Задача 1.

Лента лежит на столе и проходит через невесомый блок без трения на краю стола. К свисающему участку ленты прикреплен груз массы M , а на горизонтальном участке лежит брусок. Коэффициенты трения бруска с лентой и ленты со столом одинаковы и равны $\mu=0,8$. При какой наименьшей массе m бруска он будет двигаться вместе с лентой? Массой ленты пренебречь.



Решение:

Брусок будет двигаться вместе с лентой при отсутствии проскальзывания. Брусок удерживается на ленте силой трения, максимальное значение которой равно $F_{тр} = \mu mg$ (направлена вправо на рисунке). Запишем для бруска II закон Ньютона: $ma = \mu mg$, т.е. в начале проскальзывания $a = \mu g$.

Рассмотрим силы, действующие на ленту. Со стороны бруска на ленту действует сила μmg (направлена влево по III закону Ньютона), а также такая же по величине сила трения со стороны стола μmg (также влево). Суммарная сила, действующая на ленту равна $2\mu mg$. Второй закон Ньютона для ленты $m_0 a = T - 2\mu mg$. Если массой ленты m_0 пренебречь, то натяжение ленты будет равно $T = 2\mu mg$.

В начале проскальзывания ускорение ленты и груза M можно считать равным ускорению бруска m , т.е. $a = \mu g$. Для груза M второй закон Ньютона запишется в виде $Ma = Mg - T$. Подставим значение ускорения и натяжения ленты: $M\mu g = Mg - 2\mu mg \Rightarrow M\mu = M - 2\mu m$. Тогда $m = \frac{(1 - \mu)M}{2\mu} = 0,125 \cdot M$.

Ответ: $m=0,125 \cdot M$.

Примерные критерии оценивания

Этап решения	Балл
Верное рассмотрение сил, действующих на брусок и определение ускорения	3
Верное рассмотрение сил, действующих на ленту и определение натяжения ленты	3

Правильная запись второго закона Ньютона для большого бруска	2
Верное решение уравнения	1
Верный вывод	1
Максимальный балл за правильный и обоснованный ответ	10

Задача 2.

Два одинаковых сосуда установлены на весах. Один наполнен сухим воздухом при давлении P и температуре T , другой влажным при тех же условиях. Какой сосуд тяжелее?

Решение:

При равных объемах, температурах и давлениях, количества молекул в сосудах также одинаковы ($P = nkT$). Однако во влажном сосуде часть молекул – это молекулы воды. Так как молярная масса воздуха $0,029$ кг/моль больше, чем у воды $0,018$ кг/моль, то суммарная масса всех молекул в сосуде с сухим воздухом больше, чем с влажным. Поэтому плотность влажного воздуха оказывается меньше, а поскольку сосуды одинаковы, то и масса сосуда с влажным воздухом оказывается меньше.

Ответ: сосуд с сухим воздухом тяжелее.

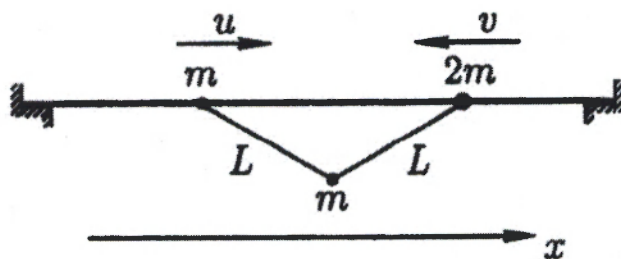
Примерные критерии оценивания

Этап решения	Балл
Правильная идея об одинаковом числе молекул в сосудах	4
Правильное соображение о большей массе молекул газов воздуха, чем массе такого же числа молекул газов воздуха и водяного пара	4
Верный вывод	2
Максимальный балл за правильный и обоснованный ответ	10

Задача 3.

На гладкую горизонтальную спицу надеты две бусинки массами m и $2m$, связанные лёгкой нитью длиной $2L$. К середине нити прикреплен груз массой $2m$. Сначала груз удерживают так, что бусинки на спице отстоят друг от друга на расстоянии $2L$. Затем груз отпускают без толчка. Вычислите скорости бусинок на спице перед их соударением. Известно, что в течение всего времени движения системы нити не провисают.

Решение:



Пусть проекции скоростей бусинок массами m и $2m$ на ось x перед соударением равны u и $-v$ соответственно (см. рис.). Нити в этот момент вертикальны, поэтому скорость груза может иметь только горизонтальную составляющую, а так как в любой момент времени груз расположен на одной вертикали с серединой отрезка, соединяющего верхние бусинки, проекция его скорости на ось x равна среднему арифметическому проекций скоростей бусинок, то есть $(u - v)/2$

Запишем законы сохранения импульса в проекции на ось x и энергии:

$$\begin{cases} mu - 2mv + m\frac{u-v}{2} = 0, \\ \frac{mu^2}{2} + \frac{2mv^2}{2} + \frac{m(u-v)^2}{8} = mgL, \end{cases} \quad \text{откуда} \quad \begin{cases} 3u - 5v = 0, \\ 5u^2 + 9v^2 - 2uv = 8gL, \end{cases}$$

Решив систему, получаем, что $u = 5\sqrt{gL/22}$, $v = 3\sqrt{gL/22}$.

Ответ: $u = 5\sqrt{gL/22}$, $v = 3\sqrt{gL/22}$.

Примерные критерии оценивания

Этап решения	Балл
Верные соображения о составляющих скоростей и их проекциях	4
Верная запись системы уравнений из ЗСИ и ЗСЭ	3
Правильное решение системы уравнений	3
Максимальный балл за правильный и обоснованный ответ	10

Задача 4.

Из куска проволоки сопротивлением $R_0=64$ Ом сделано кольцо. Где следует присоединить провода, подводящие ток, чтобы сопротивление данного участка цепи равнялось $r=15$ Ом.

Решение:

Обозначим через R_1 и R_2 сопротивления участков кольца между точками присоединения проводов, тогда можно записать два уравнения.

Сопротивление куска проволоки: $R_0 = R_1 + R_2$ (1)

Участки кольца при подсоединённых проводах – два параллельных резистора: $R = R_1 R_2 / (R_1 + R_2)$. (2)

Решая совместно уравнения получим:

$$R_1 = (R_0 \pm R_0 (1 - 4R/R_0)^{1/2})/2 = 32 \pm 8 \text{ Ом.} \quad (3)$$

Отсюда, сопротивления двух плеч кольца должны быть

$$R_1 = 40 \text{ Ом, } R_2 = 24 \text{ Ом.}$$

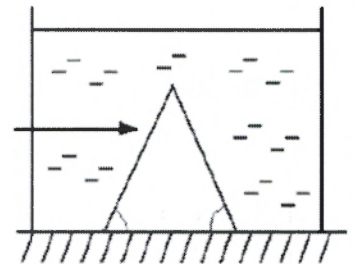
Ответ: $R_1 = 40 \text{ Ом, } R_2 = 24 \text{ Ом.}$

Примерные критерии оценивания

Этап решения	Балл
Правильная идея о рассмотрении кольца с подключением как двух параллельно включенных резисторов	3
Верная запись выражений для сопротивлений	2
Правильное решение уравнения	3
Правильные численные значения	2
Максимальный балл за правильный и обоснованный ответ	10

Задача 5.

В аквариуме с прозрачной жидкостью установлена тонкостенная полая равнобедренная призма (рис.). Узкий пучок света падает параллельно дну аквариума и после прохождения в призме выходит перпендикулярно ее боковой грани. При каких значениях показателя преломления жидкости это возможно?



Решение:

Согласно теореме о равенстве углов со взаимно перпендикулярными сторонами угол падения равен половинному углу при вершине полой призмы: $\varphi_1 = \alpha/2$, а угол преломления – углу при вершине полой призмы, т.к. по условию луч проходит перпендикулярно второй грани: $\varphi_2 = \alpha$.

По закону преломления:

$$n \sin \varphi_1 = \sin \varphi_2, \text{ т.е. } n \cdot \sin(\alpha/2) = \sin \alpha.$$

Воспользовавшись формулой $\sin \alpha = 2 \sin(\alpha/2) \cos(\alpha/2)$, находим:

$$n = 2 \cos(\alpha/2).$$

По физическому смыслу задачи $0 < \alpha < \pi/2$. С учетом этого неравенства получаем: $\sqrt{2} < n < 2$

Ответ: $\sqrt{2} < n < 2$.

Примерные критерии оценивания

Этап решения	Балл
Использование теоремы о равенстве углов со взаимно перпендикулярными сторонами	1
Правильная запись закона преломления с учетом геометрических соотношений задачи	2
Использование тригонометрических соотношений для преобразования закона преломления	2
Учет физического смысла при определении диапазона возможных значений угла	3
Верные пределы для значения показателя преломления	2
Максимальный балл за правильный и обоснованный ответ	10