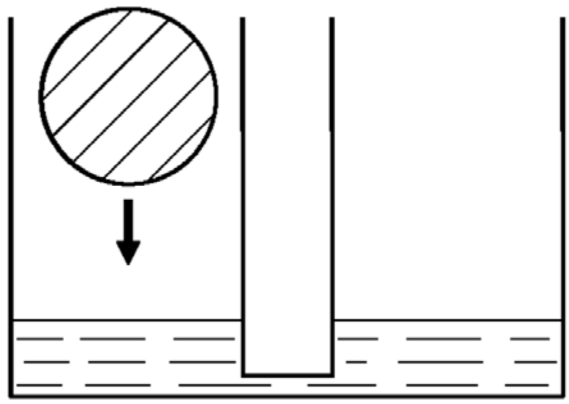
Олимпиада «Физика управляет миром» 2015-2016 уч. год.

Теоретический тур

8 класс
(решения)

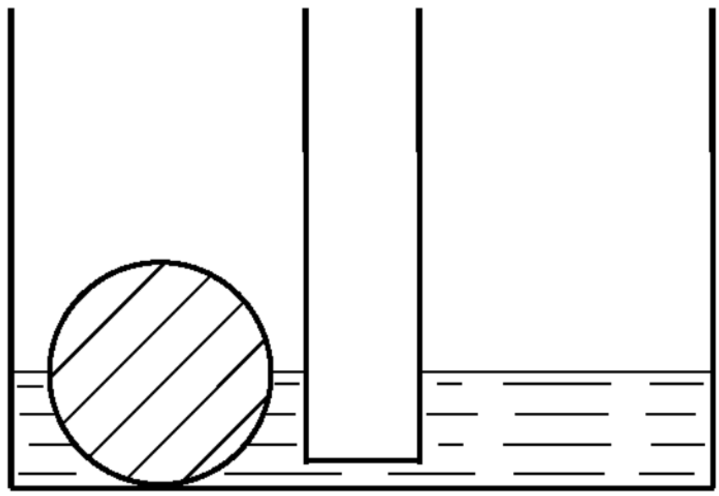
Задача 1.

В два одинаковых сообщающихся сосуда налита вода (см. рисунок). В один из них кладут ледяной шарик объемом V=1000 см^3, который через некоторое время, после установления уровня воды в сосудах, оказался погруженным в воду ровно наполовину. Какая масса воды перетекла при этом во второй сосуд, и какая перетечёт потом, в процессе таяния льда? Плотность воды считать ρ=1000 кг/м^3, плотность льда ρ=900 кг/м^3.



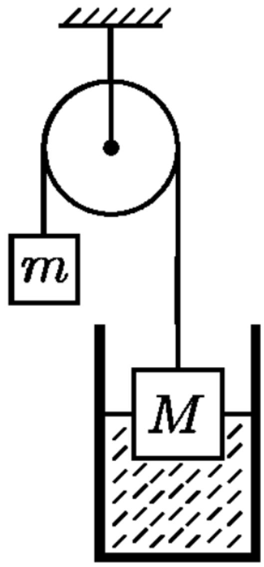
Решение

По условию задачи шарик погружается в воду наполовину. Это означает, что он коснется дна. При этом сразу после перетекания объем воды в левом сосуде окажется на $V/2$=500 см^3 меньше, чем в правом (см. рисунок к решению). Поскольку уровни воды в сосудах первоначально так же были одинаковы, то из левого сосуда в правый должен перетечь объем воды, равный $V/4$=250 см^3, с массой $m_1=\rho_в V/4$=0,25 кг воды. После таяния льда объем воды в левом сосуде увеличится на $\rho_л V$. Половина этой массы (0,45 кг) должна перетечь в правый сосуд. При этом сазу после погружения льда в правый сосуд перетечет 0,25 кг, а после таяния льда еще дополнительно. $m_2 = \rho_л \dfrac{V}{2} - \rho_в \dfrac{V}{4}$=0,2 кг.



Задача 2.

К одному концу нити, перекинутой через блок, подвешен груз массой M, изготовленный из материала плотностью ρ_1. Груз погружен в сосуд с жидкостью плотностью ρ_2. К другому концу нити подвешен груз массой m (см. рисунок). При каких значениях m груз массой M в положении равновесия может плавать в жидкости? Трения нет.



Решение

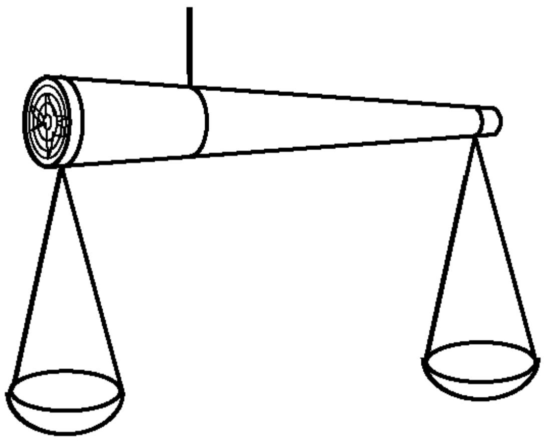
В соответствии с «золотым правилом механики» неподвижный блок не дает выигрыша в силе. Поэтому в положении равновесия силы, действующие на концы нити, должны быть равны. На конец нити, к которому подвешен груз массой m, все время действует сила P=mg. На второй конец нити, когда груз массой M плавает в жидкости, действует сила F, равная разности сил тяжести Mg и Архимеда $\rho_2 gV$, то есть $F=Mg- \rho_2 gV$, где V – объем погруженной в жидкость части тела массой M. Поэтому условие равновесия системы имеет вид: $mg=Mg- \rho_2 gV$. Объем V может изменяться от 0 (тело не погружено в жидкость) до величины M/ ρ_1 (тело полность погружено в жидкость). Значит, из последнего равенства следует, что величина m должна удовлетворять следующим условиям:

$$M\left(1-\frac{\rho 1}{\rho 2}\right) \le m \le M \, .$$

Найденный ответ справедлив при условии $\rho 2 \le \rho 1$, то есть когда груз массой M сделан из материала, который не легче жидкости. В случае $\rho 2>\rho 1$, ввиду положительности m, решение принимает вид: $0 \le m \le M$. Это означает, что если груз массой M легче жидкости, то он будет плавать в ней до тех пор, пока к другому концу нити не подвесят груз массой, большей M.

<u>Задача 3.</u>

Продавец на рынке торгует рыбой, взвешивая её на самодельных весах, сделанных из палки и веревки (см. рисунок), причем не обманывает покупателей. Покупателю разрешается взвесить рыбу самому, но при условии, что рыба помещается только на левую чашку весов и не снимается до момента расплаты. Продавец разрешает провести максимум два взвешивания, предоставляя покупателю набор гирь. Как определить массу понравившейся вам рыбы? «Коромысло» весов с пустыми чашками занимает горизонтальное положение.



Решение

Из рисунка (в условии задачи) понятно, что продавец использует неравноплечные весы, причем длины плеч весов неизвестны и по условию задачи измерять их нельзя! Сначала, ради интереса, рассмотрим, как взвешивает рыбу продавец. Он может взвесить рыбу сначала на одной чаше весов, уравновесив гирями массой m_1, а затем на второй чашке, уравновесив гирями массой m_2. Обозначим длины плеч как a и b. Тогда условия равновесия весов при первом и втором взвешиваниях запишутся в виде: $ma=m_1b$, $m_2a=mb$; где m – неизвестная масса рыбы. Разделив эти соотношения друг на друга, получим: $m^2=m_1m_2$, откуда $m=\sqrt{m_1m_2}$.

Покупателю этот пункт недоступен, так как рыба все время лежит на одной чаше весов. Однако, он может взвесить рыбу сначала на одной чашке весов, уравновесив её гирями массой m_1, а затем может добавить на чашу, где лежит рыба, гирю известной массы m_3, и вновь произвести взвешивание. При этом чаша с рыбой и гирей будет уравновешена гирями массой m4. Условия равновесия весов в этом случае запишутся в виде: $ma=m_1b$, $(m+m_3)a=m_4b$.

Разделив эти соотношения друг на друга, получаем:

$$\frac{m}{m+m_3}=\frac{m_1}{m_4},$$

Откуда для истинной величины массы рыбы m получается следующее выражение:

$$m=\frac{m_1m_3}{m_4-m_1}.$$

Так как в знаменателе стоит разность масс гирь при двух взвешиваниях, то для повышения точности измерений необходимо, что бы эта разность была не очень мала, то есть нужно, что бы массы m_1 и m_4 были не очень близки. Этого можно достичь, выбирая гирю m_3 побольше, тогда полученный результат будет точнее.

Задача 4.

Эскалатор метро движется со скоростью υ. Пассажир заходит на эскалатор и начинает идти по его ступеням следующим образом: делает один шаг на ступеньку вперед и два шага по ступенькам назад. При этом он добирается до другого конца эскалатора за время t. Через какое время пассажир добрался бы до конца эскалатора, если бы шел другим способом: делал два шага вперед и один назад? Скорость пассажира относительно эскалатора при движении вперед и назад одинакова и равна u. Считайте, что размеры ступеньки много меньше длины эскалатора.

Решение

Пусть один шаг занимает время τ. Тогда при варианте движения «один шаг вперед и два шага назад» за время 3τ пассажир смещается относительно земли на $S_1 = 3\tau\upsilon - u\tau$. Средняя скорость движения пассажира $\upsilon_{cp} = \frac{S_1}{3\tau} = \frac{L}{t}$, где L – длина эскалатора. Отсюда $L = \frac{3\upsilon - \upsilon}{3}t$. Из этой формулы видно, что при $u \geq 3\upsilon$ пассажир не сможет достичь противоположного конца эскалатора. При варианте движения «два шага вперед и один назад» за время 3τ пассажир смещается относительно земли на $S_2 = 3\tau\upsilon + u\tau$. Аналогично предыдущему случаю, $\upsilon_{cp2} = \frac{S_2}{3\tau} = \frac{L}{t_1}$, где t_1 – искомое время. С учетом выражения для L получаем: $t_1 = \frac{3\upsilon - u}{3\upsilon + u}t$.