

8 класс
Задача 1.

Солдату необходимо осуществить бросок из «темной» точки в «белую» (рис. 1). Причем «темная» точка находится в «белой» зоне 1, где скорость солдата равна v_1 , а «белая» точка находится в «темной» зоне 2 (лесополоса), где скорость солдата равна v_2 .

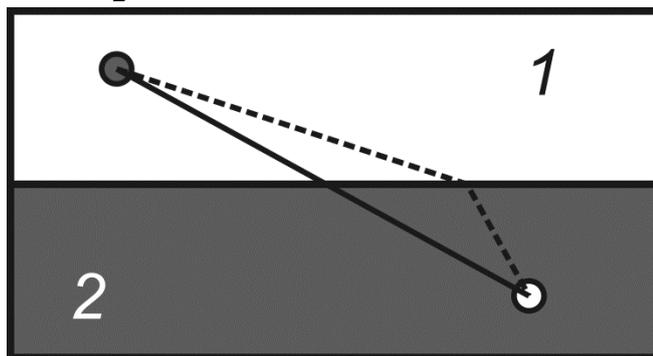


Рис. 1.

Найти скорости v_1 и v_2 в $\frac{\text{км}}{\text{мин}}$, если известно, что кратчайшее расстояние вдоль сплошной прямой равно $s_1 = 3$ км, а расстояние вдоль пунктирной кривой равно $s_2 = 4$ км. Время движения вдоль сплошной кривой в зоне 1 равно $t_{11} = 10$ мин, а в зоне 2 — $t_{12} = 20$ мин. Время движения вдоль пунктирной кривой в зоне 1 равно $t_{21} = 15$ мин, а в зоне 2 — $t_{22} = 10$ мин.

Решение. Составим уравнения

$$t_{11}v_1 + t_{12}v_2 = s_1,$$

$$t_{21}v_1 + t_{22}v_2 = s_2.$$

Решая эту систему двух уравнений с двумя неизвестными методом исключения переменных (метод Гаусса), находим

$$v_1 = \frac{s_1 t_{22} - s_2 t_{12}}{t_{11} t_{22} - t_{21} t_{12}},$$

$$v_2 = \frac{t_{11} s_2 - t_{21} s_1}{t_{11} t_{22} - t_{21} t_{12}}.$$

Вычисление:

$$v_1 = \frac{3 \cdot 10 - 4 \cdot 20}{10 \cdot 10 - 15 \cdot 20} = \frac{50}{200} = \frac{1}{4} \frac{\text{км}}{\text{мин}},$$

$$v_2 = \frac{4 \cdot 10 - 3 \cdot 15}{10 \cdot 10 - 15 \cdot 20} = \frac{5}{200} = \frac{1}{40} \frac{\text{км}}{\text{мин}}.$$

Ответ: $\frac{1}{4}$ км/мин., $\frac{1}{40}$ км/мин.

(15 баллов)

Примерные критерии оценивания:

1. Записана система уравнений для s_1 и s_2 – 7 баллов;
2. Получены выражения для v_1 и v_2 – 7 баллов;
3. Получен численный ответ – 1 балл.

Задача 2.

К потолку прикреплена пружина. Если к пружине подвесить груз, то длина пружины станет равной l_1 , а если к пружине подвесить груз с вдвое большей массой, то ее длина будет l_2 . По этим данным найти длину пружины в недеформированном состоянии.

Решение. В первом случае условие равновесия запишется в виде:

$$mg = k(l_1 - l_0).$$

Во втором случае

$$2mg = k(l_2 - l_0).$$

Поделив друг на друга уравнения, получим

$$2 = \frac{l_2 - l_0}{l_1 - l_0}.$$

Отсюда

$$l_0 = 2l_1 - l_2.$$

Ответ: $l_0 = 2l_1 - l_2$

(15 баллов)

Примерные критерии оценивания:

1. Записаны условия равновесия для двух случаев – 7 баллов;
2. Получено выражение для длины пружины – 8 баллов.

Задача 3.

У школьника Андрея есть стеклянная пробирка массой $M = 80$ г и вместительностью (внутренний объем) $V = 60$ мл. Он опустил пробирку в цилиндрический сосуд с водой и постепенно насыпал на дно пробирки песок до тех пор, пока она не погрузилась в воду по горлышко (рис. 2). Затем Андрей измерил массу песка, находившегося в пробирке в этот момент, и она оказалась равной $m = 12$ г. Плотность воды равна $\rho_{\text{в}} = 1$ г/см³. Определите по этим данным плотность стекла пробирки.

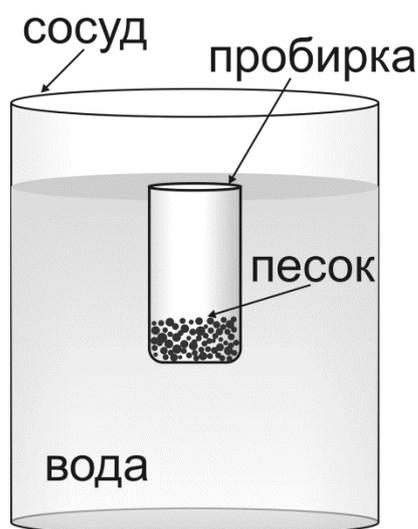


Рис. 2.

Решение. Объем вытесненной жидкости найдем из условия плавания тела, приравняв силу тяжести и силу Архимеда:

$$(M + m)g = \rho_{\text{в}}V_{\text{в}}g,$$

$$V_{\text{в}} = \frac{M + m}{\rho_{\text{в}}}.$$

Объем стекла равен

$$V_{\text{с}} = V_{\text{в}} - V = \frac{M + m}{\rho_{\text{в}}} - V.$$

Плотность стекла равна

$$\rho_{\text{с}} = \frac{M}{V_{\text{с}}} = \frac{M}{\frac{M + m}{\rho_{\text{в}}} - V} = \frac{M \rho_{\text{в}}}{M + m - \rho_{\text{в}}V}.$$

Вычисление:

$$\rho_{\text{с}} = \frac{80 \cdot 1}{80 + 12 - 1 \cdot 60} = \frac{80}{32} = 2,5 \frac{\text{г}}{\text{см}^3}.$$

Ответ: 2,5 г/см³

(15 баллов)

Примерные критерии оценивания:

1. Записан закон Архимеда – 4 балла;
2. Найден объем вытесненной жидкости и указано на его равенство объему пробирки с учетом стекла – 2 балла;

3. Найден объем стекла – 4 балла;
4. Получено выражение для плотности стекла – 4 балла;
5. Получен численный ответ – 1 балл.

Задача 4.

В калориметре плавает в воде кусок льда. В калориметр опускают нагреватель постоянной мощности $P = 50$ Вт и начинают ежеминутно измерять температуру воды. В течение первой и второй минут температура воды не изменяется. Однако момент полного таяния льда экспериментатор прозевал, но к концу третьей минуты температура воды увеличивается на 2 градуса Цельсия, а к концу четвертой – еще на 5 градусов. Сколько граммов воды и сколько граммов льда было изначально в калориметре? Удельная теплота плавления льда составляет $\lambda = 3,3 \cdot 10^5$ Дж/кг, удельная теплоемкость воды $c = 4,2 \cdot 10^3$ Дж/(град · кг). Теплоемкостью калориметра пренебречь.

Решение. Обозначим время полного таяния льда через τ_1 . В течение этого времени температура воды не изменяется, так как количество тепла в течение этого времени шло на плавление льда. Поэтому уравнение теплового баланса запишется в виде

$$P\tau_1 = \lambda m_{\text{л}}. \quad (1)$$

Так как к концу третьей минуты (τ_2) температура образовавшейся воды массой $(m_{\text{л}} + m_{\text{в}})$ увеличивается на $t_1 = 2$ градуса Цельсия, то уравнение теплового баланса запишется в виде

$$P(\tau_2 - \tau_1) = c(m_{\text{л}} + m_{\text{в}})t_1, \quad (2)$$

Начальная температура воды была 0°C .

Так как к концу четвертой минуты (τ_3) температура воды увеличивается еще на $t_2 - t_1 = 5$ градусов, то уравнение теплового баланса запишется в виде

$$P(\tau_3 - \tau_2) = c(m_{\text{л}} + m_{\text{в}})(t_2 - t_1). \quad (3)$$

Уравнения (2) и (3) запишем в виде:

$$\frac{P(\tau_2 - \tau_1)}{t_1} = c(m_{\text{л}} + m_{\text{в}}),$$

$$\frac{P(\tau_3 - \tau_2)}{(t_2 - t_1)} = c(m_{\text{л}} + m_{\text{в}}).$$

Поделив их друг на друга, получим

$$\frac{(\tau_2 - \tau_1)(t_2 - t_1)}{t_1(\tau_3 - \tau_2)} = 1.$$

Отсюда

$$t_2(\tau_2 - \tau_1) - t_1(\tau_2 - \tau_1) = t_1(\tau_3 - \tau_2),$$

$$t_2(\tau_2 - \tau_1) = t_1(\tau_3 - \tau_1),$$

$$\tau_2 t_2 - \tau_3 t_1 = \tau_1(t_2 - t_1),$$

$$\tau_1 = \frac{\tau_2 t_2 - \tau_3 t_1}{t_2 - t_1}$$

Вычисление:

$$\tau_1 = \frac{3 \cdot 7 - 4 \cdot 2}{5} = \frac{21 - 8}{5} = \frac{13}{5} = 2,6 \text{ (с)}.$$

Таким образом, лед растает через 2,6 с. Отсюда из уравнения (1) находим массу льда

$$m_{\text{л}} = \frac{P \tau_1}{\lambda}.$$

Из уравнения (2) найдем массу воды:

$$m_{\text{в}} = \frac{P(\tau_2 - \tau_1)}{c t_1} - m_{\text{л}}.$$

Вычисления:

$$m_{\text{л}} = \frac{50 \cdot 2,6}{3,3 \cdot 10^5} = \frac{1,3}{3,3} 10^{-3} \cong 0,4 \text{ (г)},$$

$$m_{\text{в}} = \frac{50 \cdot (3 - 2,6)}{4,2 \cdot 10^3 \cdot 2} - 0,39 \cdot 10^{-3} =$$

$$= \left(\frac{5}{2,1} - 0,39 \right) \text{ г} = (2,38 - 0,39) \text{ г} \cong 2 \text{ г}.$$

Ответ: 2 г.

(15 баллов)

Примерные критерии оценивания:

1. Записано уравнение теплового баланса (1) – 2 балла;
2. Записаны уравнения теплового баланса (2) и (3) – 4 балла;
3. Получено выражение для времени таяния льда – 5 баллов;
4. Получены выражения для массы воды и льда – 3 балла;
5. Получен численный ответ – 1 балл.