

9 класс.

1. Даны положительные числа $x > y$. Пусть $z = \frac{x+y}{2}$ и $t = \sqrt{xy}$. Оказалось, что $(x-y) = 3(z-t)$. Найдите x/y .

2. В олимпиаде участвуют школьники с 6 по 11 класс. Председатель жюри знает, что придёт ровно 1000 школьников, но не знает их распределения по классам. У него есть ровно 500 листов бумаги. На одном листе печатаются два экземпляра условий (слева одно, справа другое); можно печатать условия разных классов, а можно одного и того же.

При помощи одной команды для принтера можно распечатать любое количество *одинаковых* листов. Например, можно скомандовать принтеру: напечатать 142 листа вида «7 класс + 10 класс». Председатель уверен, что когда он узнает распределение участников по классам, ему хватит 6 команд для принтера, чтобы напечатать все 1000 нужных условий. Прав ли он?

3. Саша записывает 30 различных натуральных чисел a_1, a_2, \dots, a_{30} . Оля вычисляет НОД или НОК чисел a_1 и a_2 , потом НОД или НОК полученного результата и числа a_3 и т. д., в конце она вычисляет НОД или НОК предыдущего результата и числа a_{30} . При этом из всех 29 операций она должна вычислить НОК ровно 2 раза. Может ли Саша записать такие числа, что при любых действиях Оли итоговый результат будет равен 300?

4. В правильном 20-угольнике отмечены четыре последовательные вершины A, B, C и D . Внутри него выбрана точка E так, что $AE = DE$ и $\angle BEC = 2\angle CED$. Найдите угол AEB .

5. Фирма специализируется на изготовлении «досок с дыркой»: это клетчатая доска 300×300 , в которой вырезана по клеточкам дырка в виде прямоугольника, не выходящего на границу доски. К каждой такой доске прикреплена бирка с указанием максимального количества не бьющих друг друга ладей, которое можно расставить на этой доске. (Считается, что ладьи не бьют сквозь дырку.) К юбилею фирмы было решено изготовить доску с самым большим числом на бирке. Чему равно это число?